

目次

[Q1 六角形→三角すい](#)
[Q2 速さと比](#)
[Q3 平面図形の面積](#)
[Q4 正六角形の面積利用](#)
[Q5 カエルの数は？](#)
[Q6 数の割合](#)
[Q7 平面図形の角度](#)
[Q8 回転する図形](#)
[Q9 平行六辺形](#)
[Q10 平面図形の角度](#)
[Q11 正方形の組み合わせ](#)
[Q12 魔方陣](#)
[Q13 平面図形の角度&面積比](#)
[Q14 方眼紙上の図形](#)
[Q15 記号×数の性質×場合の数](#)
[Q16 円周率とは](#)
[Q17 等脚台形](#)
[Q18 等脚台形の角度](#)
[Q19 等脚台形を利用した図形の回転](#)
[Q20 折った図形の角度](#)
[Q21 乗車率](#)
[Q22 お菓子の詰め合わせ](#)
[Q23 こぼれた水の体積](#)
[Q24 図形の移動](#)
[Q25 図形の組みかえ](#)
[Q26 周期算](#)
[Q27 図形の重なった部分の面積](#)
[Q28 平面図形の面積](#)
[Q29 素因数分解](#)
[Q30 フラクタル図形](#)
[Q31 正12角形の角度](#)
[Q32 影の移動](#)
[Q33 2進法](#)
[Q34 箱の組み立て](#)
[Q35 6進法](#)
[Q36 %の計算](#)
[Q37 移動速度](#)
[Q38 回転体の体積](#)
[Q39 四則演算](#)
[Q40 不定不等式](#)
[Q41 立体図形の組み立て条件](#)
[Q42 流水算](#)
[Q43 同じ模様になるのは・・・](#)
[Q44 カードの得点](#)
[Q45 展開図の組み立て](#)
[Q46 平面図形の面積](#)
[Q47 面積の工夫](#)
[Q48 数列の和](#)
[Q49 折り返した図形](#)
[Q50 サイコロの目の出方](#)
[解答](#)

[A1 六角形→三角すい](#)
[A2 速さと比](#)
[A3 面積比](#)
[A4 正六角形の面積利用](#)
[A5 カエルの数は？](#)
[A6 数の割合](#)
[A7 平面図形の角度](#)
[A8 回転する図形](#)
[A9 平行六辺形](#)

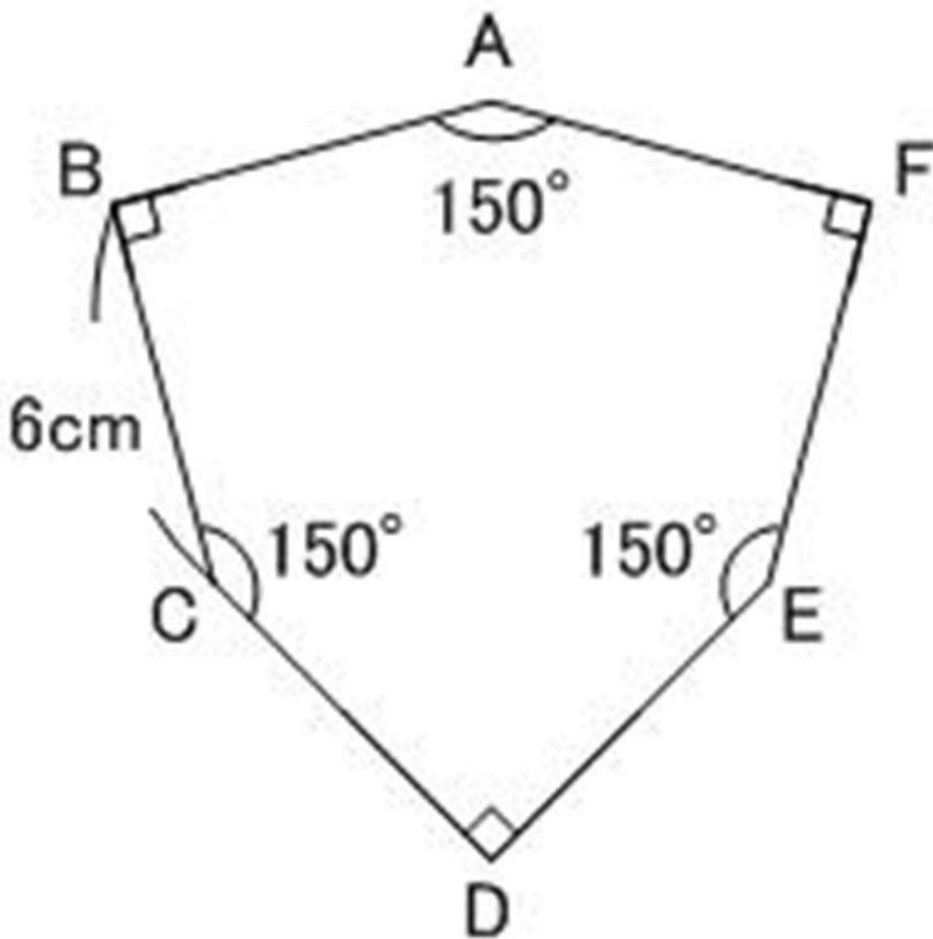
[A10 平面図形の角度](#)
[A11 正方形の組み合わせ](#)
[A12 魔方陣](#)
[A13 平面図形の角度&面積比](#)
[A14 方眼紙上の図形](#)
[A15 記号×数の性質×場合の数](#)
[A16 円周率とは](#)
[A17 等脚台形](#)
[A18 等脚台形の角度](#)
[A19 等脚台形を利用した図形の回転](#)
[A20 折った図形の角度](#)
[A21 乗車率](#)
[A22 お菓子の詰め合わせ](#)
[A23 こぼれた水の体積](#)
[A24 図形の移動](#)
[A25 図形の組みかえ](#)
[A26 周期算](#)
[A27 図形の重なった部分の面積](#)
[A28 平面図形の面積](#)
[A29 素因数分解](#)
[A30 フラクタル図形](#)
[A31 正12角形の角度](#)
[A32 影の移動](#)
[A33 2進法](#)
[A34 箱の組み立て](#)
[A35 6進法](#)
[A36 回転体の体積](#)
[A37 移動速度](#)
[A38 回転体の体積](#)
[A39 四則演算](#)
[A40 不定不等式](#)
[A41 立体図形の組み立て条件](#)
[A42 流水算](#)
[A43 同じ模様になるのは・・・](#)
[A44 カードの得点](#)
[A45 展開図の組み立て](#)
[A46 平面図形の面積](#)
[A47 面積の工夫](#)
[A48 数列の和](#)
[A49 折り返した図形](#)
[A50 サイコロの目の出方](#)

Q1 六角形→三角すい

問題

図のような六角形A B C D E Fがあり、辺の長さはすべて6 c mです。

このとき、次の問に答えなさい。



(1) 三角形A B Cの面積と三角形A B Fの面積を答えなさい。

(2) 三角形A C Eの面積と三角形B D Fの面積の差を答えなさい。

(3) A C, C E, E Aを折り目として六角形A B C D E Fを折ると、ある立体図形ができます。その体積を答えなさい。

ただし、角すいの体積は、底面積 \times 高さ $\div 3$ で求められるものとします。

[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q2 速さと比

問題

兄と妹は池の周りをA地点から同時に反対方向にまわり始めました。

兄は自転車で、妹は犬をだいて歩きました。途中で犬は妹からはなれて走り出し、その1分後に兄と犬は出会いました。

出会った場所は兄が1周の5分の3進んだB地点です。

兄の自転車の速さ、妹の歩く速さ、犬の走る速さの比は、4：2：5です。

兄がB地点についたのは、出発してから何分何秒後ですか。

[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q3 平面図形の面積

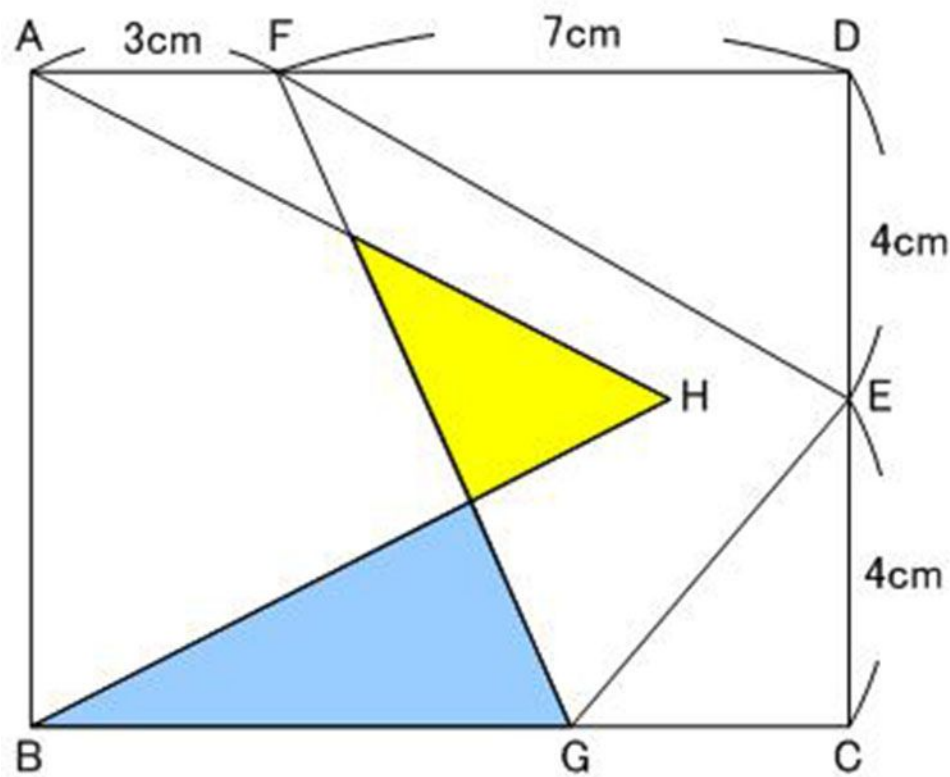
問題

四角形 $ABCD$ は縦 8 cm 、横 10 cm の長方形で、点 G は辺 BC 上の点です。

台形 $ABGF$ の面積は台形 $CDFG$ の面積の $1\frac{2}{13}$ 倍です。

また、三角形 ABH は、 AH と BH の長さが等しい三角形で、その面積は三角形 EHG の面積の $\frac{3}{2}$ 倍です。

このとき、次の各問に答えなさい。



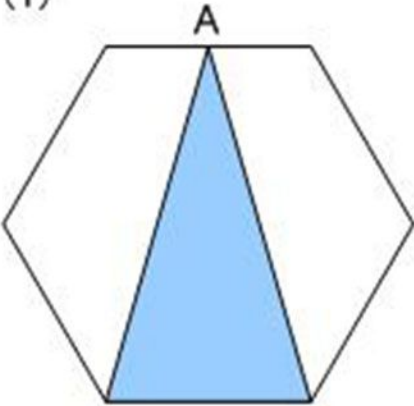
- (1) AF と BG の長さの和は何 cm ですか。
- (2) 三角形 ABH の底辺を AB としたとき、高さは何 cm ですか。
- (3) 青い三角形と黄色い三角形の面積の差を答えなさい。

Q4 正六角形の面積利用

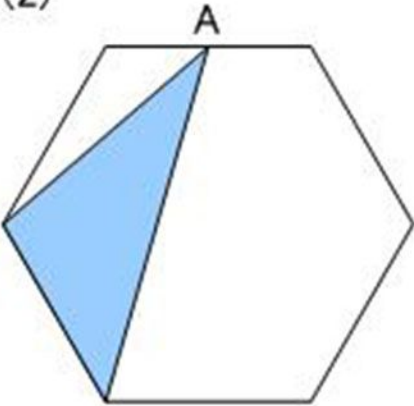
問題

図のように面積が 42 cm^2 の正六角形の内部に三角形を作りました。
色のついた部分の面積を求めなさい。ただし、点Aは正六角形の1辺のまん中の点です。

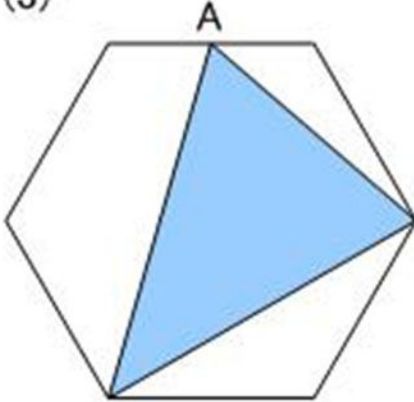
(1)



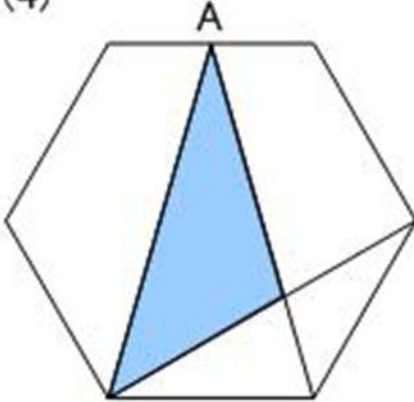
(2)



(3)



(4)



Q5 カエルのは数は？

問題

葉A，B，Cにいるカエルは1秒ごとに次のように移動します。

★葉Aにいるカエルは、半分が葉Bへ、半分が葉Cへ移動します。

★葉Bにいるカエルは、 $\frac{1}{3}$ が葉Aへ、 $\frac{1}{3}$ が葉Cへ、 $\frac{1}{3}$ が池へ飛び込み、戻ってきません。

★葉Cにいるカエルは、 $\frac{1}{3}$ が葉Aへ、 $\frac{1}{3}$ が葉Bへ、 $\frac{1}{3}$ が移動せず葉Cにとどまります。

今、カエルが葉Aに108匹いて、葉B，Cにはいないとき、4秒後に葉Cにいるカエルは何匹か答えなさい。

[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q6 数の割合

問題

$$A + B + C + D = 496、A + 3 = B - 3 = C \times 3 = D \div 3$$

このような関係にあるA，B，C，Dを答えなさい。

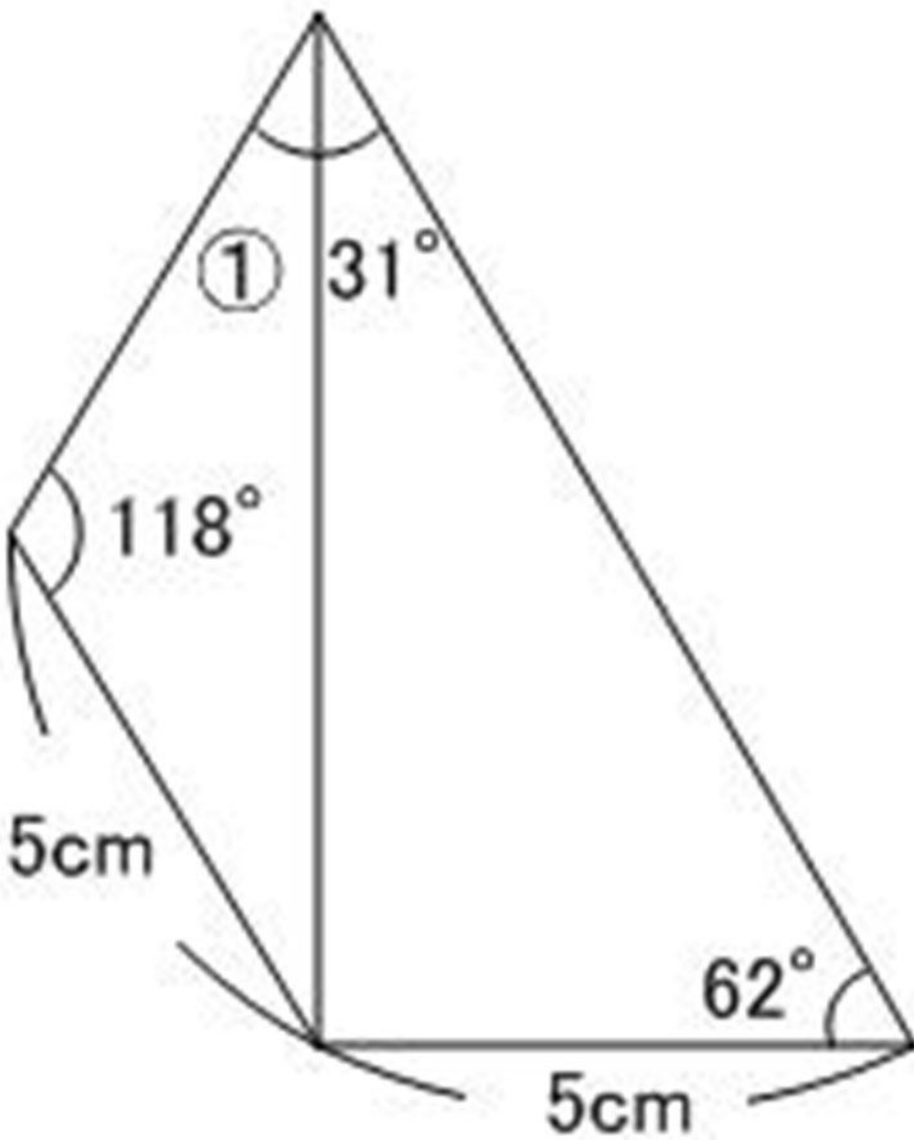
[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q7 平面図形の角度

問題

下の図の角度①を求めなさい。



[解答を見る](#)

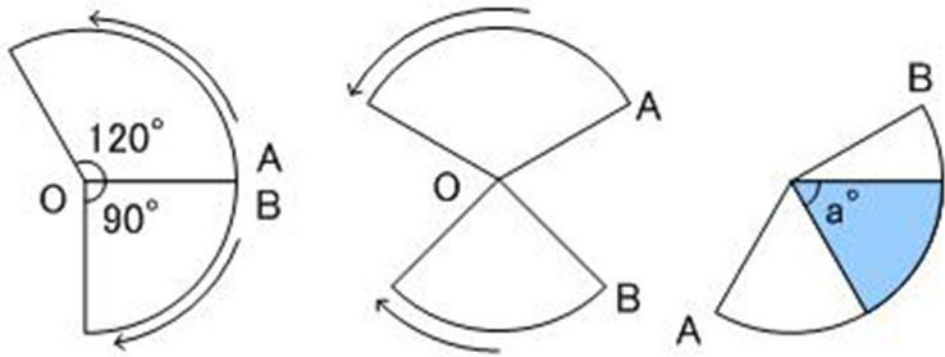
[目次へ](#)

Q8 回転する図形

問題

半径の長さが等しく、中心角が 120° と 90° の2つのおうぎ形があり、点Oを中心として図の矢印の向きに回転します。

それぞれのおうぎ形は、点A、Bが重なった状態から回りはじめ、 120° のおうぎ形は40秒間で1回転、 90° のおうぎ形は60秒間で1回転します。

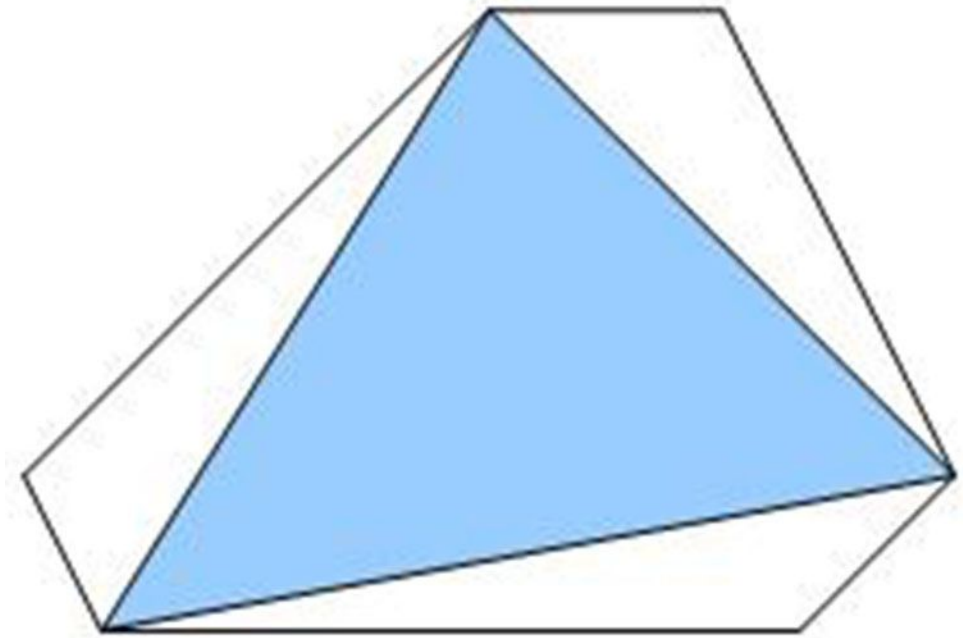


- (1) 回りはじめてから5分間で点AとBが回りはじめた点以外の場所で重なるのは何回ありますか。
- (2) 2つのおうぎ形が重なっている部分のおうぎ形の中心角を a° とします。回りはじめてからの時間と a の関係を示す
- グラフを描きなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q9 平行六辺形

問題



上の図の六角形の向かい合った辺は3組とも平行で、3組それぞれについて、短い辺と長い辺の長さの比が1 : 3 となっています。

色のついた部分の面積は、六角形の面積の何倍か答えなさい。

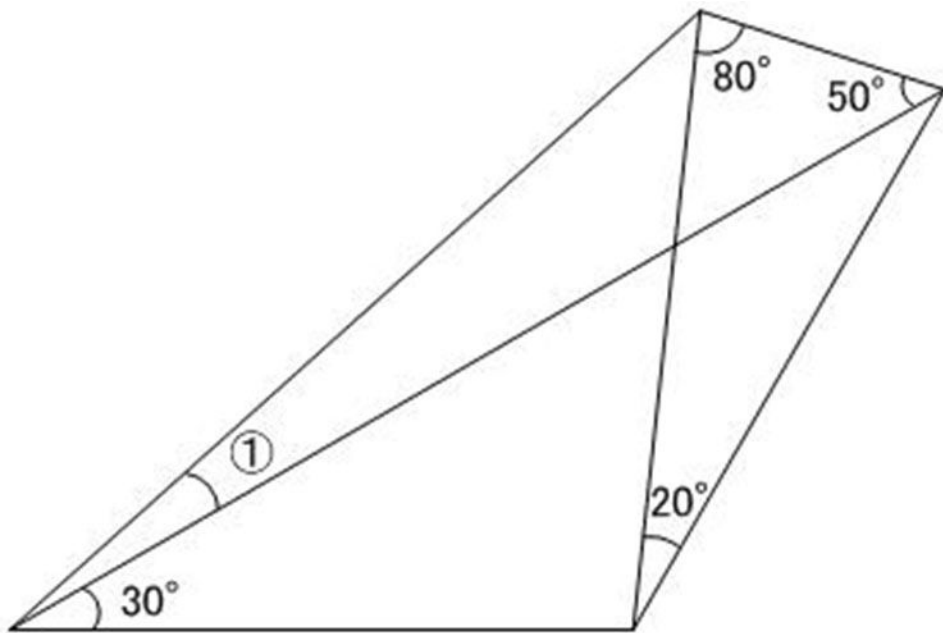
[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q10 平面図形の角度

問題

下の図の①の角度を求めなさい。



[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q11 正方形の組み合わせ

問題

下の図の四角形A B C Dは面積が9 c m²の正方形です。

四角形E F G Hも正方形で、四角形A B C Dの各辺を3等分する点と図のように交わっています。

このとき、次の間に答えなさい。

図1

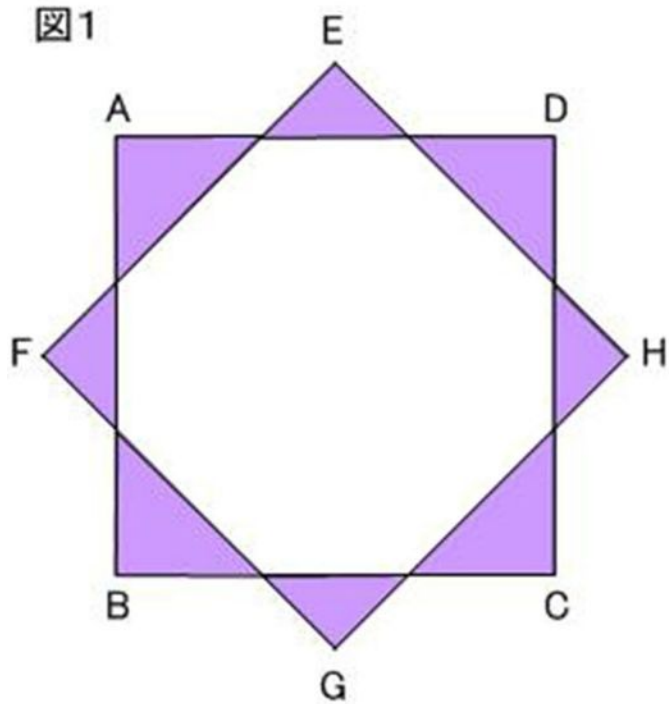
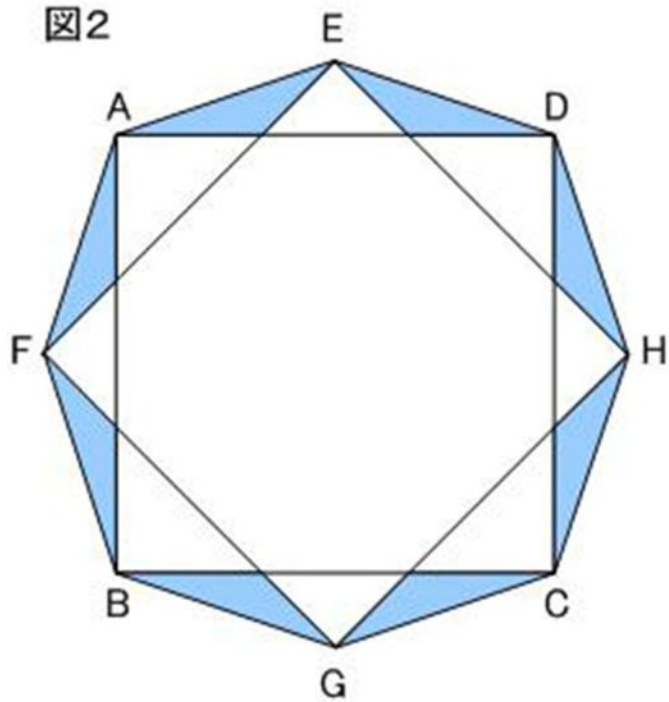


図2



(1) 図 1 の色のついた部分の面積を答えなさい。

(2) 図 2 の色のついた部分の面積を答えなさい。

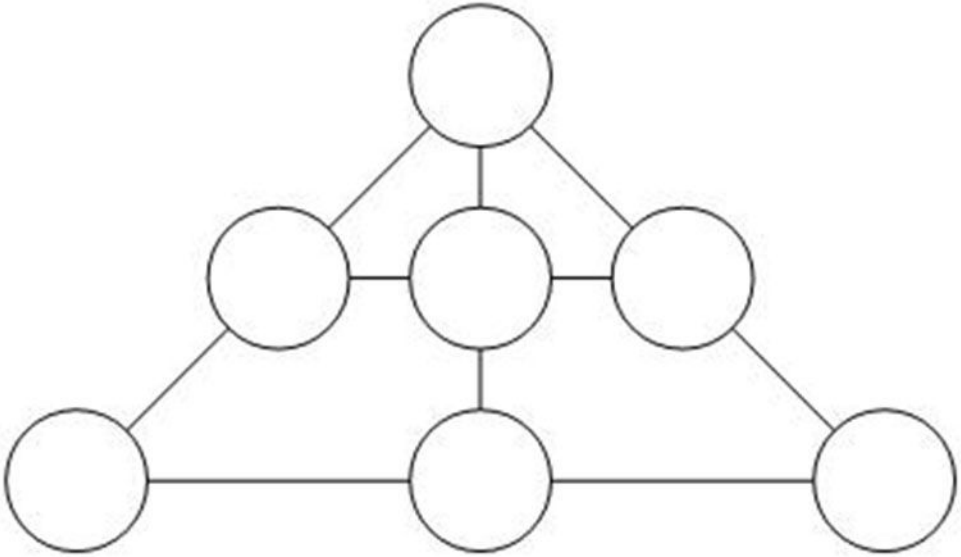
[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q12 魔方陣

問題

下の図の丸の中に、1 から 7 までの数字を、どれも必ず 1 回使い、直線で結ばれた 3 つの数の和がどれも同じになるように入れます。



- (1) 3 つの数の和はいくらか答えなさい。
- (2) 図を満たす数字の組み合わせは何通りありますか。

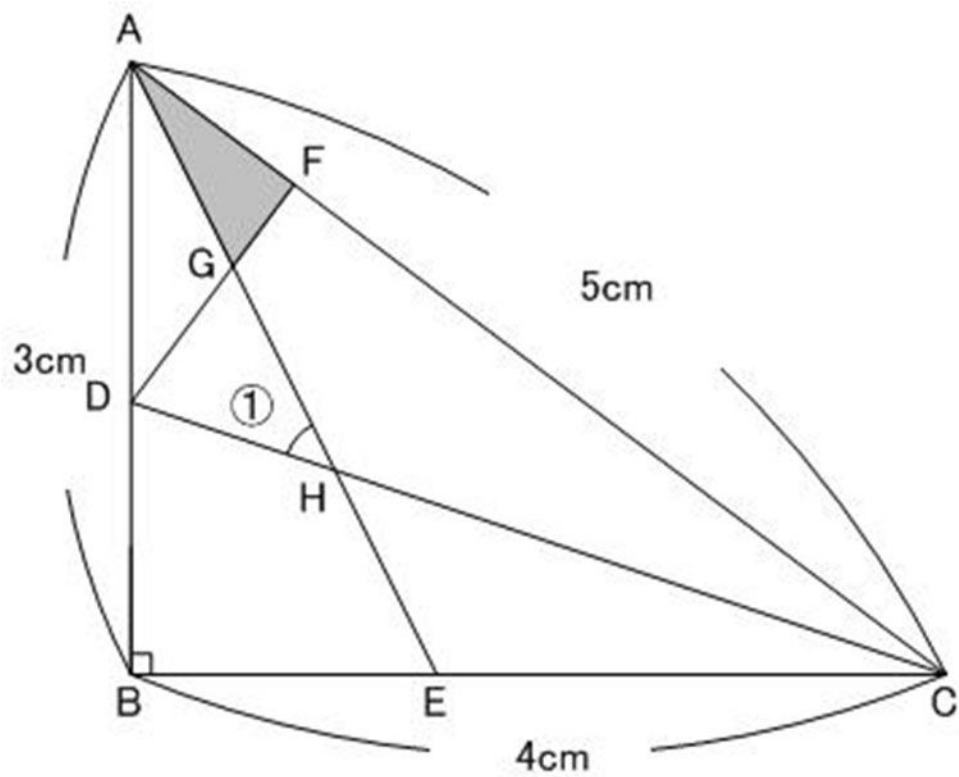
[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q13 平面図形の角度&面積比

問題

下図のような直角三角形ABCがあります。AEを折り目として三角形を折ると、辺ABは辺ACと重なり、CDを折り目として三角形を折ると、辺BCは辺ACと重なり、頂点Bは点Fと重なります。このとき、次の問に答えなさい。



- (1) 角①(角AHD)の大きさを求めなさい。
- (2) 三角形AGFの面積は、三角形ABCの面積の何倍か 求めなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q14 方眼紙上の図形

問題

1 辺 1 0 c m の方眼紙に、図のように 1 c m ごとに点を描きました。

(1) 図 1 の正方形 A B C D の面積を求めなさい。

(2) 図 2 に、面積が 29 cm^2 となるように正方形 P Q R S を 1 つ

描き込みなさい。ただし、頂点は必ず方眼紙の点の上にくるようにしなさい。

(3) (2) の正方形 P Q R S は、何通り描くことができますか。

[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q15 記号×数の性質×場合の数

問題

数字の「1」と「2」だけを使って、2つの4けたの整数を作ります。

作った2つの整数を、それぞれの同じけたにある数字同士をかけることを、「 $X * Y$ 」で表すことにします。

たとえば、 $1221 * 2222 = 2442$ 、 $2221 * 1121 = 2241$ となります。

このとき、次の間に答えなさい。

(1) 作ることができる4けたの整数は何個ありますか。

(2) $X * 1111$ を計算したところ、3の倍数になりました。

このとき、 X として考えられるものを全て書きなさい。

(3) $1212 * Y$ を計算したところ、3の倍数になりました。

このとき、 Y として考えられるものを全て書きなさい。

(4) 1111 、 1212 、 X 、 Y の4つの4けたの整数から

2つを選んで「 $*$ 」を用いた計算をしたところ、どの計算結果も3の倍数になりました。

X 、 Y として考えられる組み合わせを全て書きなさい。

ただし、 X よりも Y の方が大きい整数とします。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q16 円周率とは

問題

(1) 円周率とは、円の[①]が[②]の何倍であるかについて表したものです。①と②に適切な言葉を入れなさい。

(2) 図1の、円の内側に接している正六角形の図を用いて、円周率が3より大きいことを説明しなさい。

(3) 図2の円の用いて、円周率が4より小さいことを説明しなさい。

[解答を見る](#)

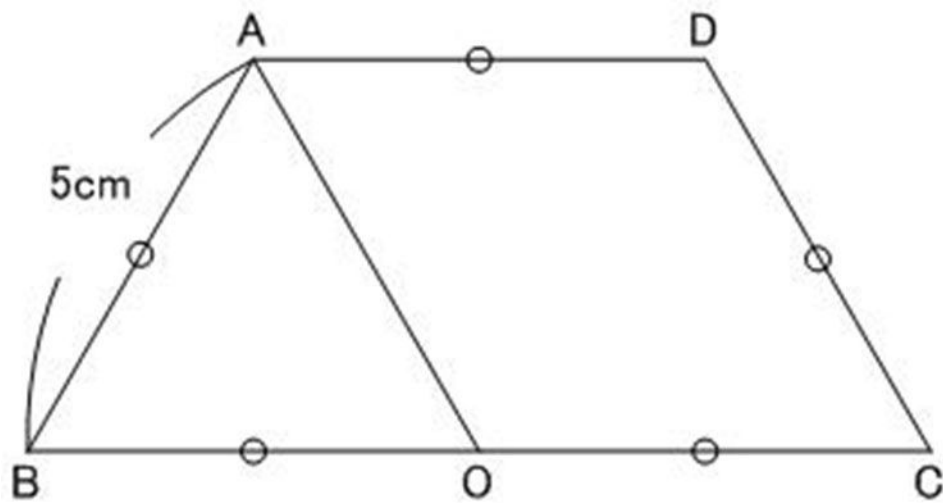
[目次へ](#)

Q17 等脚台形

問題

下の図のような台形A B C Dがあり、同じ印の辺の長さは同じです。

このとき、A Oの長さを答えなさい。また、三角形A B Oと台形A B C Dの面積比を答えなさい。

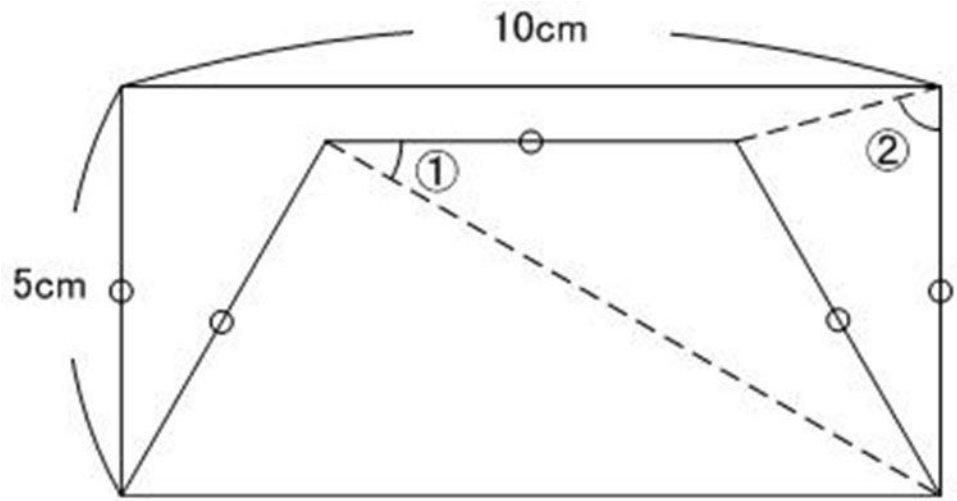


[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q18 等脚台形の角度

問題

図のように長方形と台形の1つの辺がぴったり重なるようにしました。
図の①、②の角度を求めなさい。ただし、同じ印がついている辺は同じ長さであることを示しています。

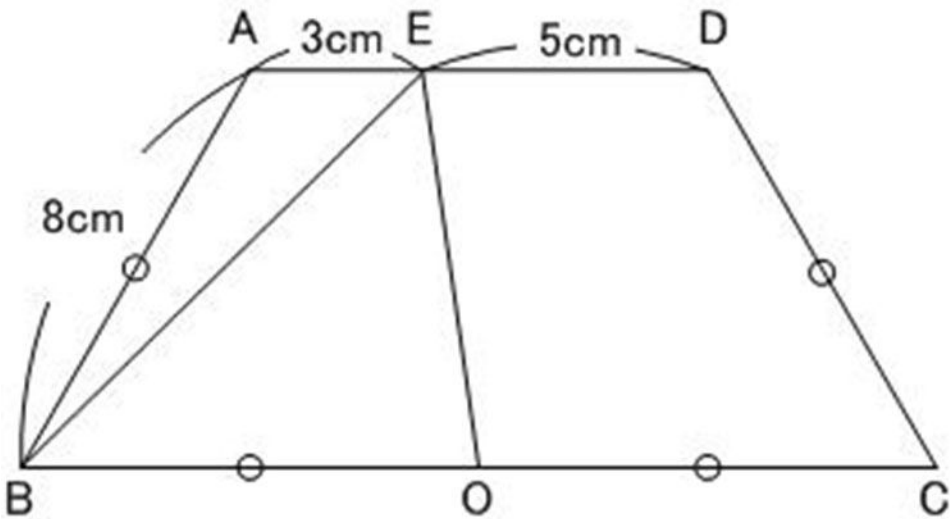


[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q19 等脚台形を利用した図形の回転

問題

下の図のような台形A B C Dがあります。
同じ印のある辺の長さは等しいものとして、次の間に答えなさい。



- (1) 三角形O B Eを、点Oを中心にして、点E が辺C D上に初めて重なるまで時計回りに回転させました。このとき、四角形A B O Eのうち、三角形O B Eが通らなかった部分を図に示しなさい。
- (2) (1) の部分の面積は、三角形O B Eの面積の何倍ですか。
- (3) O E の長さを求めなさい。

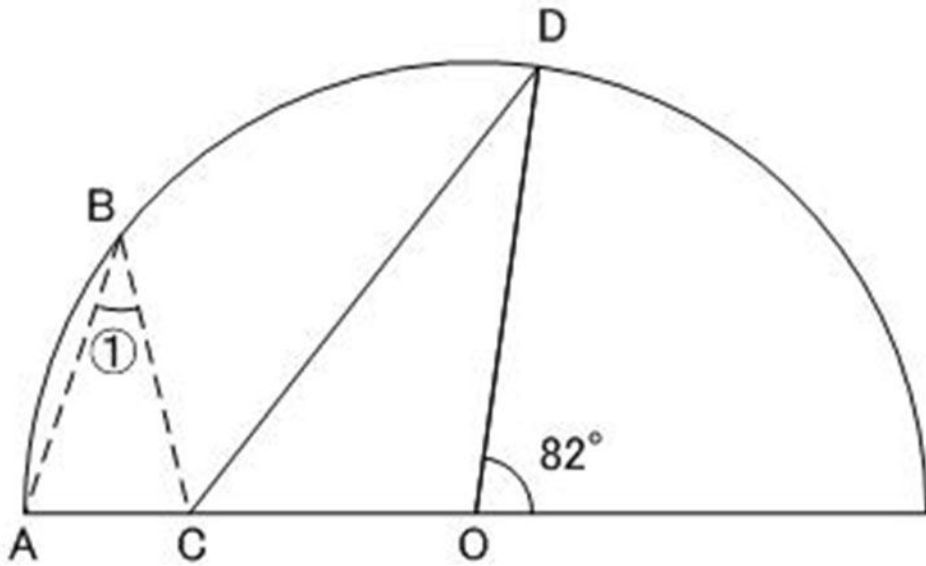
[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q20 折った図形の角度

問題

上図の半円を、 CD を折り目として折ると、点 B が円の中心 O と重なります。

このとき、角度①の大きさを求めなさい。



[解答を見る](#)

[目次へ](#)

Q21 乗車率

問題

電車の座席数に対する乗客数を百分率で表したものを乗車率といいます。

たとえば、座席数600の電車に900人が乗車しているとき、その電車の乗車率は150%です。

次の問に答えなさい。

- (1) 乗車率120%の電車から乗客の15%が降りると、乗車率は何%になりますか。
- (2) 乗車率117%の電車に、無人の客車をつないで座席を80増やすと乗車率は105%になりました。このとき乗客は何人いますか。
- (3) 乗車率95%の電車に、無人の客車をつないで座席を80増やし、229人がさらに乗ると乗車率が110%になりました。

客車をつなぐ前の電車の座席数はいくらかですか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q22 お菓子の詰め合わせ

問題

ガム、キャラメル、チョコレートがそれぞれたくさんあります。

この中から10個選び、袋に入れてお菓子の「詰め合わせ袋」を作ろうと思います。

どのお菓子も必ず2個以上入れるとすると、異なる「詰め合わせ袋」は何種類ありますか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q23 こぼれた水の体積

問題

半径 3 cm 、高さ 10 cm のふたのない円柱の容器があり、高さ 8 cm まで水が入っています。

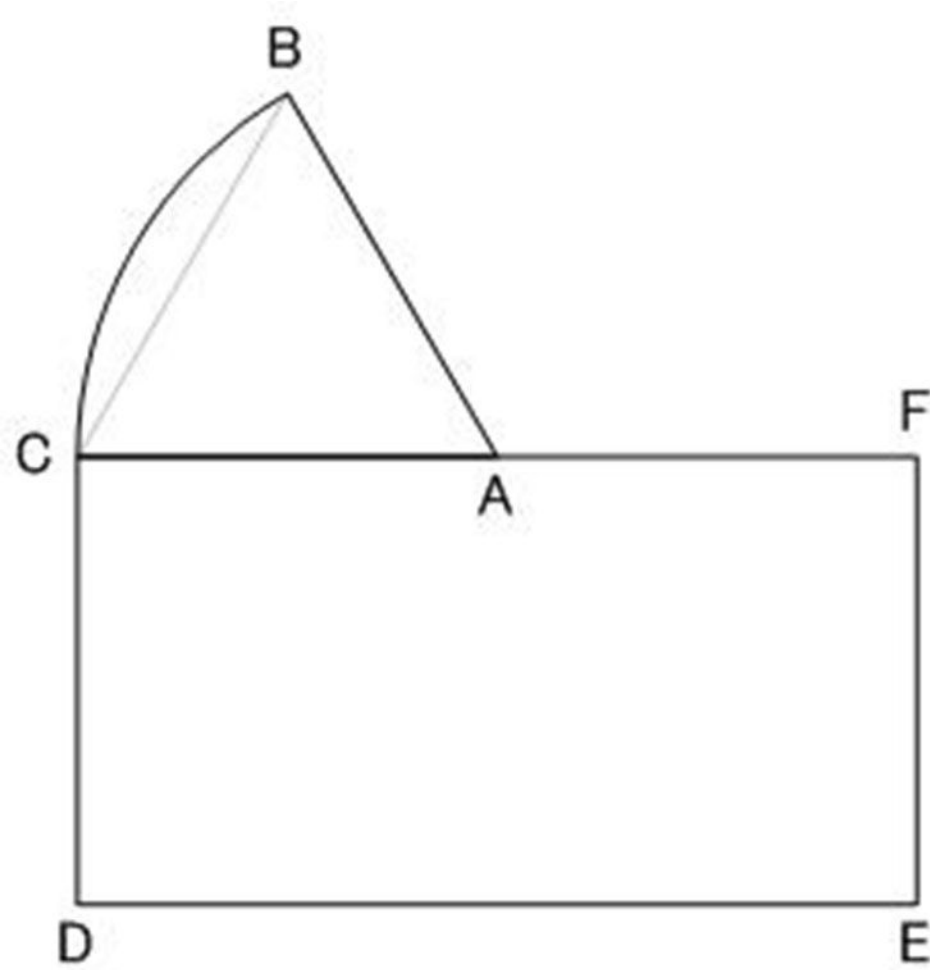
容器を 45 度傾けて元に戻すとき、こぼれた水の体積は何 cm^3 か求めなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q24 図形の移動

問題

半径 3 cm、中心角 60 度の扇形 A B C の 1 辺が長方形に接しています。
長方形の D E の長さは 6 cm、E F の長さは扇形 A B C の弧の長さと等しくなっています。

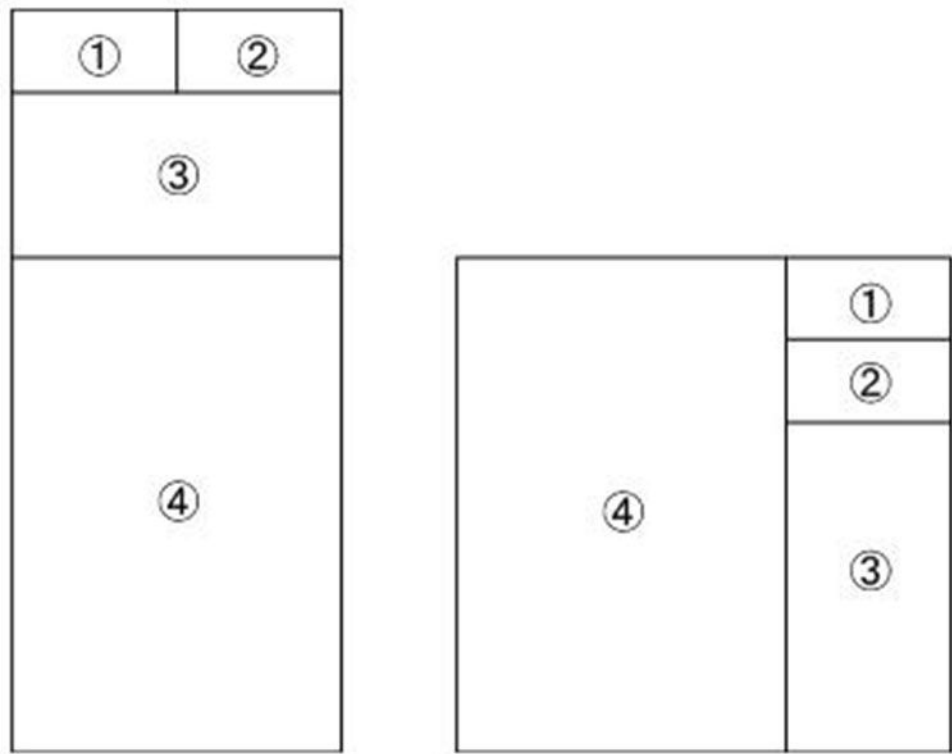


- 扇形がすべることなく長方形の周りを時計回りに移動して 1 周するとき、次の問に答えなさい。
- (1) 扇形が通った部分を図示しなさい。
 - (2) (1) で図示した部分の面積は、扇形 A B C と三角形 A B C の 何個分の面積と等しくなるか答えなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q25 図形の組みかえ

問題



上の図の長方形は、横5 c mでたてに長くなっております。

この長方形を①、②、③、④の部分に分けて組み立て直すと右の図のような正方形になります。

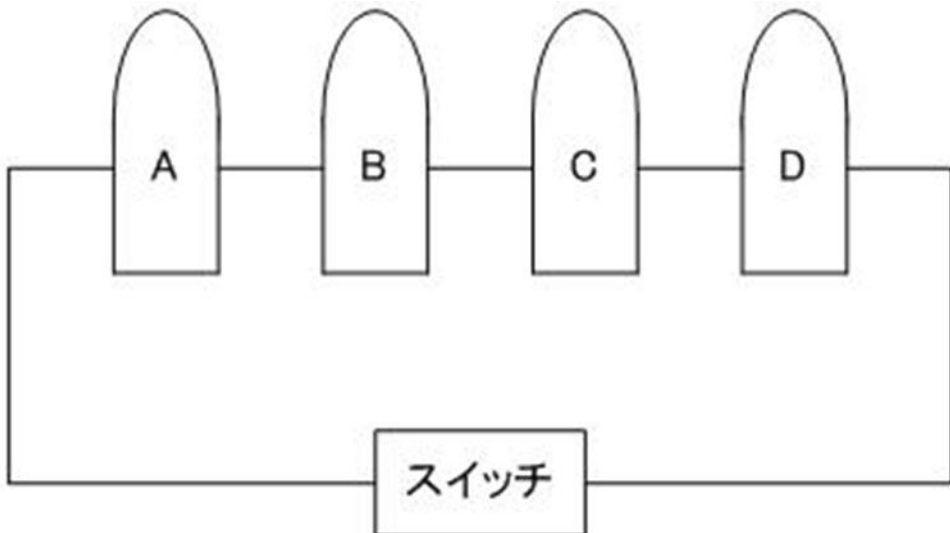
このとき、長方形の面積を答えなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q26 周期算

問題

図のようなスイッチがあり、スイッチを入れるとA，B，C，Dのライトが同時に光ります。



その後、Aは1秒ごと、Bは2秒ごと、Cは4秒ごと、Dは8秒後ごとに光ったり消えたりします。

たとえばDはスイッチを入れると8秒間光り、その後8秒間は消え、再び8秒間光る、ということを繰り返します。

このとき次の問に答えなさい。

(1) スwitchを入れてから、初めて4つのライトが全て消えているのは何秒後から何秒後までですか。

(2) スwitchを入れてから1分間に、2つのライトだけが光るのは

合計何秒ありますか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

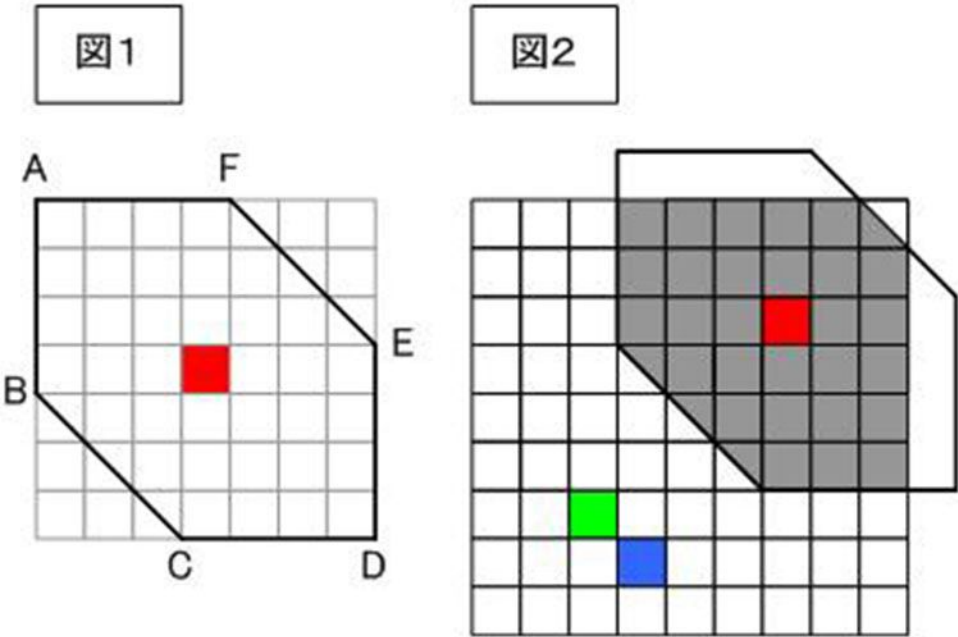
Q27 図形の重なった部分の面積

問題

1 辺 7 c m の正方形の方眼紙があります。

これから等しい辺の長さが 3 c m の直角二等辺三角形を 2 つ取り除くと、図 1 のような六角形 A B C D E F ができます。

図 1 の六角形 A B C D E F の赤くぬられた 1 辺 1 c m の正方形を、「六角形のまん中の正方形」と呼ぶことにします。



次に、1 辺 9 c m の正方形の方眼紙を用意します。

この方眼紙のマス目と六角形 A B C D E F のまん中の正方形がぴったり重なるように図 2 のように重ね、重なった部分を灰色にぬります。

六角形のまん中の正方形が方眼紙からはみ出すことのないように六角形を動かすとき、次の問に答えなさい。

- (1) 六角形のまん中の正方形が、図 2 の緑のマス目にあるとき、灰色の部分の面積を答えなさい。
- (2) 灰色の部分の面積が最大になるとき、その面積を答えなさい。

また、そうなるような六角形の置き方は何通りありますか。

- (3) 灰色の部分の面積が最小になるとき、その面積を答えなさい。また、そうなるような六角形の置き方は何通りありますか。

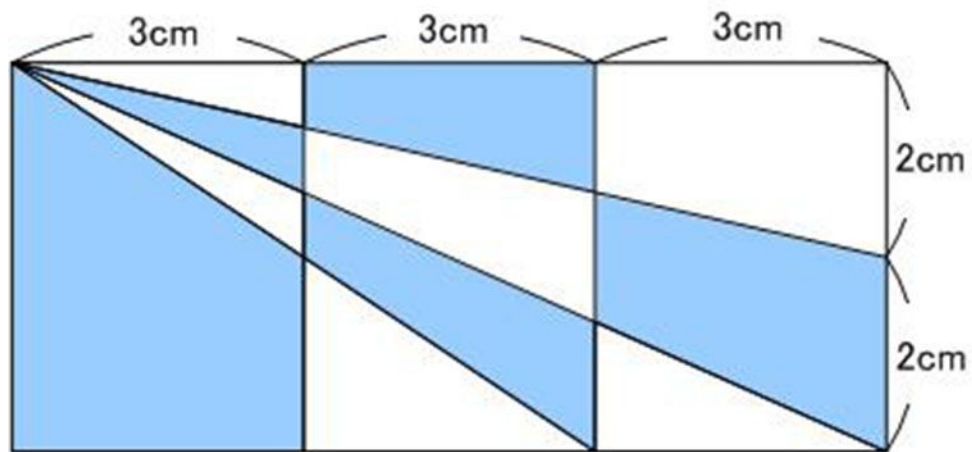
- (4) 六角形のまん中の正方形が、図 2 の青いマス目にあるとき、灰色の部分の面積を答えなさい。

また、このときと灰色の部分の面積が同じになるように六角形のまん中の正方形を 置くマスを、すべて青くぬって表しなさい。

Q28 平面図形の面積

問題

下の図の長方形の色のついた部分の面積を求めなさい。



[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q29 素因数分解

問題

1 5 7 0 をある 3 けたの整数で割ったところ、余りが 2 3 でした。

考えられる 3 けたの整数のうち、最も小さいものを答えなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q30 フラクタル図形

問題

面積が 4374 cm^2 の正三角形があります。

正三角形の各辺を3等分して、まん中の部分にその長さを1辺とする正三角形をつなぐと図1のような図形になります。

図1の図形の各辺を3等分して、同様にまん中の部分に同じ長さの正三角形をつなぐと図2のような図形になります。

このような作業をくり返すとき、次の問に答えなさい。

(1) 図1の図形の面積を答えなさい。

(2) 図2の図形の面積を答えなさい。

(3) 図2の図形から、同様の作業を2回した後の図形の面積を答えなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q31 正12角形の角度

問題

円周上に、等間隔に12個の点を印しました。このとき、図1、図2の角度①、②の大きさを答えなさい。

[解答を見る](#)

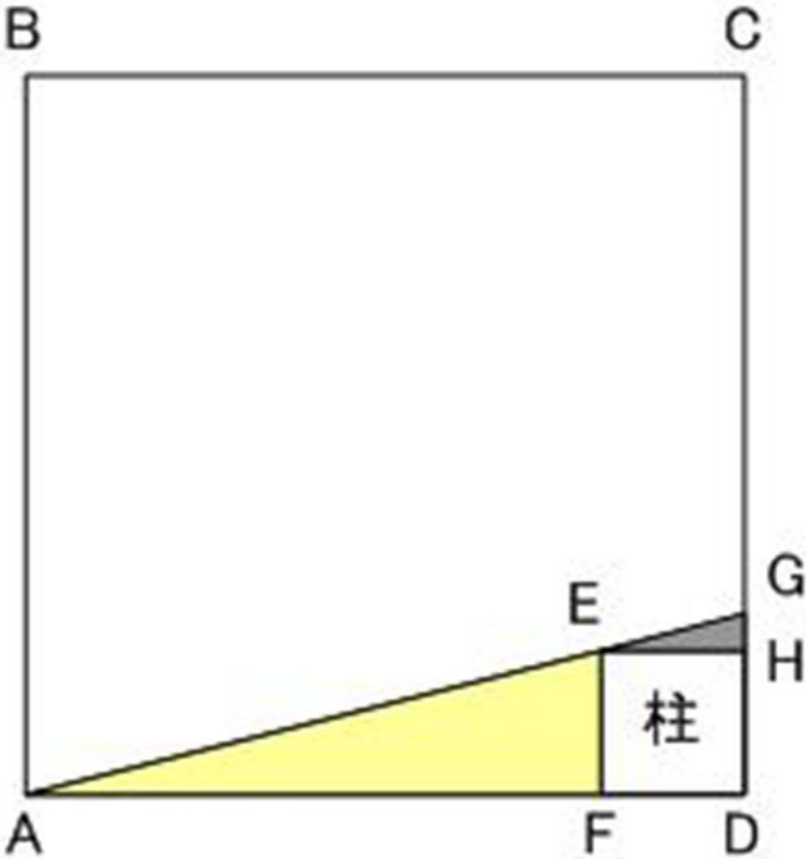
[目次へ](#)

Q32 影の移動

問題

(1) 下の図3のようにE，F，G，Hをとると、三角形A E Fと三角形E G Hは相似です。

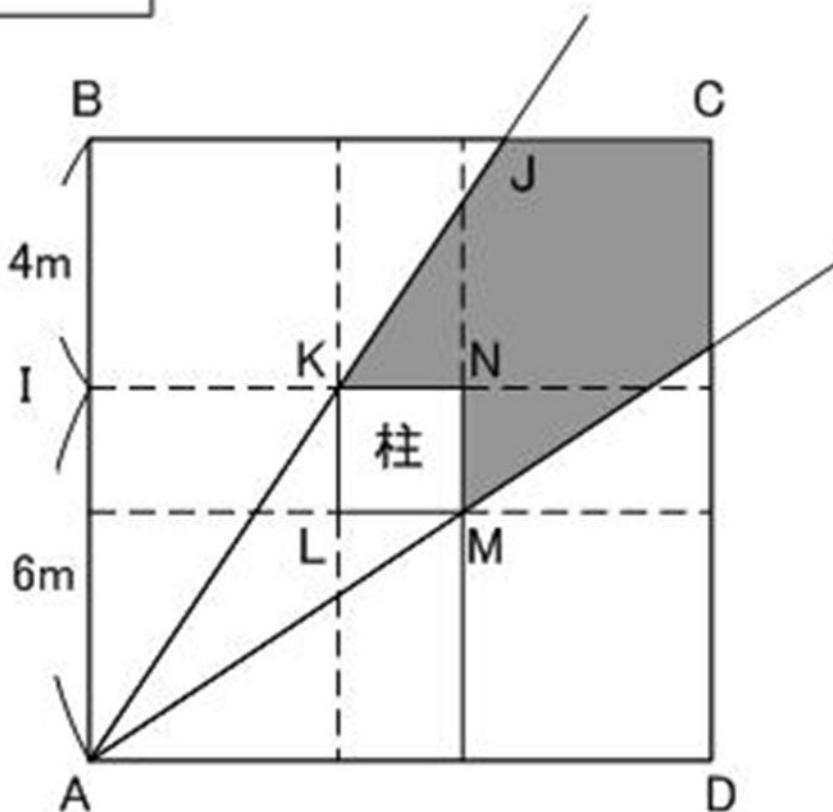
図3



A F = 8 m、E F = E H = 2 m より、G H = 0.5 m とわかり、三角形E G Hの面積 = $2 \times 0.5 \div 2 = 0.5 \text{ m}^2$ となります。

(2) 見えない部分は下の図4の灰色の部分になります。

図4



この部分の面積＝正方形ABCDの面積－（三角形ABJの面積×2＋四角形AKNMの面積）

三角形ABJは三角形AIKと相似で、相似比は6：10＝3：5より、BJの長さ＝ $4 \div 3 \times 5 = 20/3$ （m）と求められます。

よって三角形ABJの面積＝ $10 \times 20/3 \div 2 = 100/3$ ㎡です。

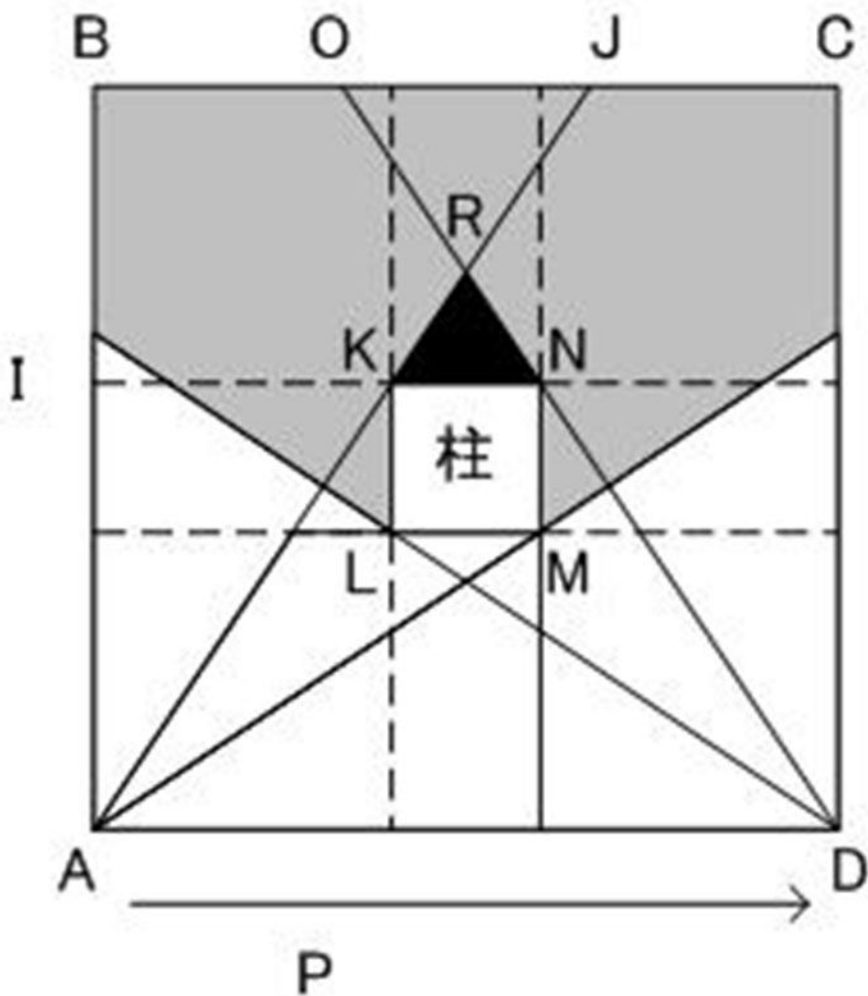
次に、四角形AKNM＝三角形AKN＋三角形AMNなので、四角形AKNMの面積＝ $2 \times 4 \div 2 + 2 \times 2 = 8$ ㎡です。

以上より、求める部分の面積は、

$10 \times 10 - (100/3 \times 2 + 8) = 76/3 = 25と1/3$ （㎡）です。

（3）P君がAからDへ移動するときに、一度も見ることのできない部分は、下の図5の黒い部分となります。

図5



求める部分：三角形KNRは、三角形JORと相似です。

(2)より、 $BJ = 20/3$ m なので、 $DO = 20/3$ m です。

よって、JOの長さ $= 20/3 \times 2 - 10 = 10/3$ m とわかり、

$JO : KN = 10/3 : 2 = 10 : 6 = 5 : 3$ の比となります。

$BI = 4$ m なので、三角形KNRの高さは、 $4 + (5 + 3) \times 3 = 1 \cdot 5$ m と求められ、

三角形KNRの面積 $= 2 \times 1 \cdot 5 \div 2 = 1 \cdot 5 \text{ m}^2$ となります。

なお、三角形K N Rと三角形A D Rの相似を利用してよいでしょう。

(4) 部屋の1周は $10 \times 4 = 40$ m あるので、40秒間について調べればよいことになります。

最初は図4の灰色の部分が共通して見えない部分です。

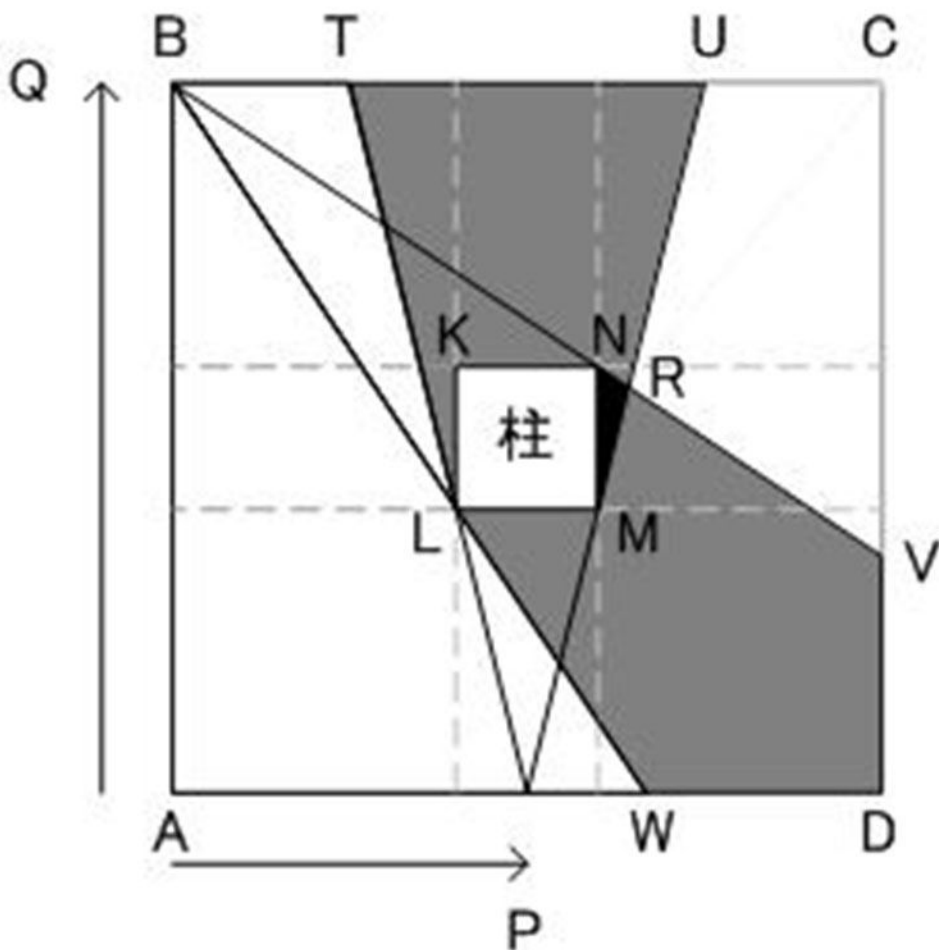
これがどのように動いていくかを考えます。

P君から柱の角を結んだ線を、それぞれP T、P U

Q君から柱の角を結んだ線を、それぞれQ V、Q W とすると、

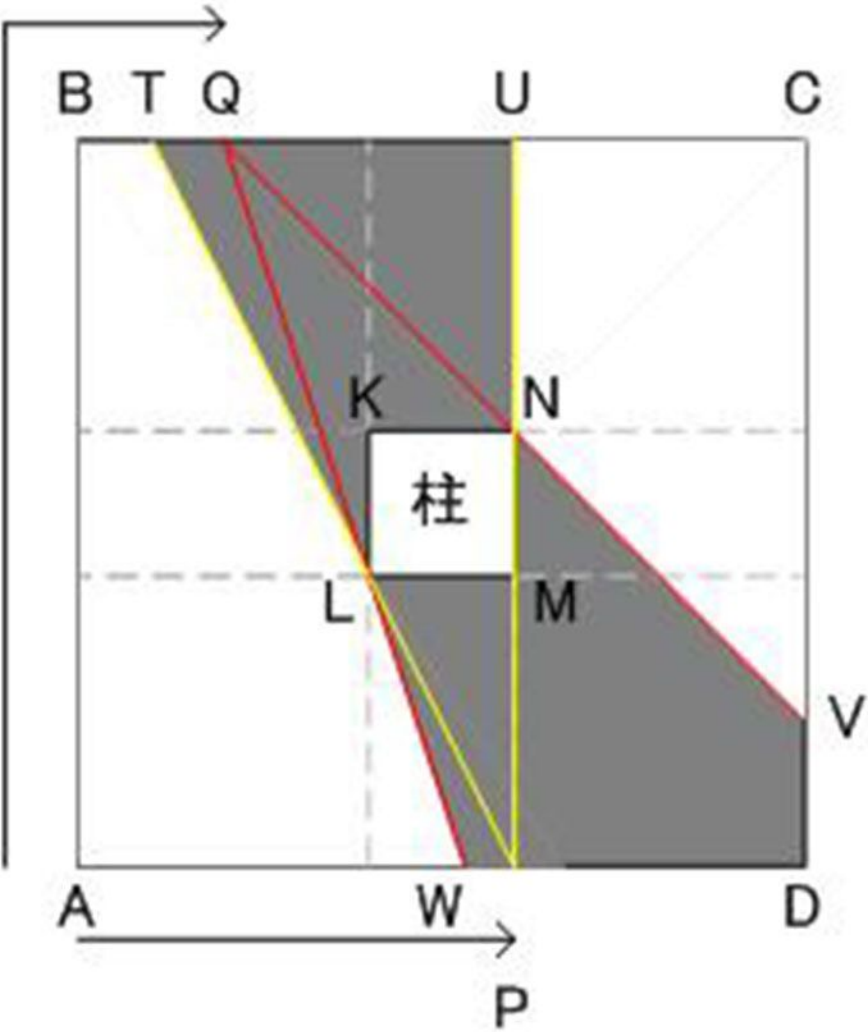
まず、Q君がBに到達したところまでは、下の図6のように三角形N M Rのように共通して見えない部分があります。

図6



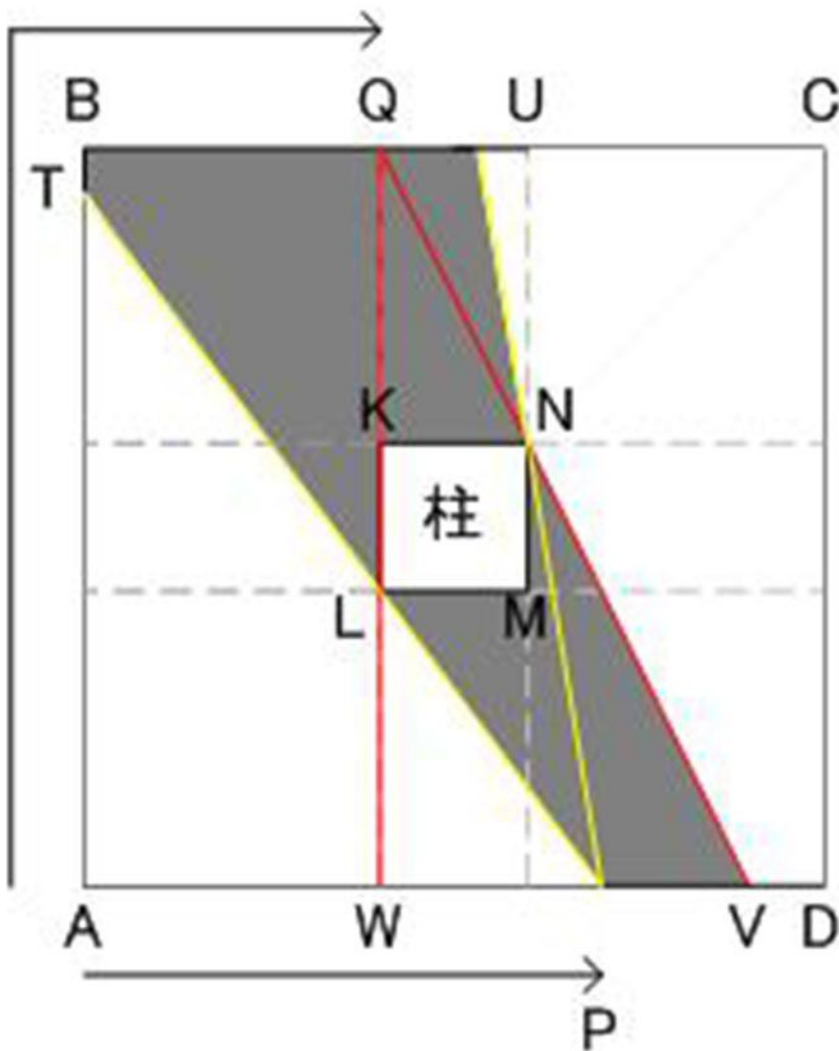
この共通部分がなくなるのは、下の図7のように、P君が6 m進んだときです。（6秒後）

図7



共通して見えない部分がないのは、Q君が1 4 m進んだときで、下の図の8 のようなときです。（7秒後）

図8



Q君が図8よりCの方へ移動すると、KLを底辺として、共通して見えない部分ができ始めます。

この見えない部分は、Q君がCに移動したとき(P君はD)も存在し、Q君がCD上を移動して、Dへ移動しても、P君もCD上にいるので、存在したままとなります。

P君がCに着くまで、Q君はAD上を移動しますので、見えない部分がなくなるのは、下の図9の状態になってからです。

図9

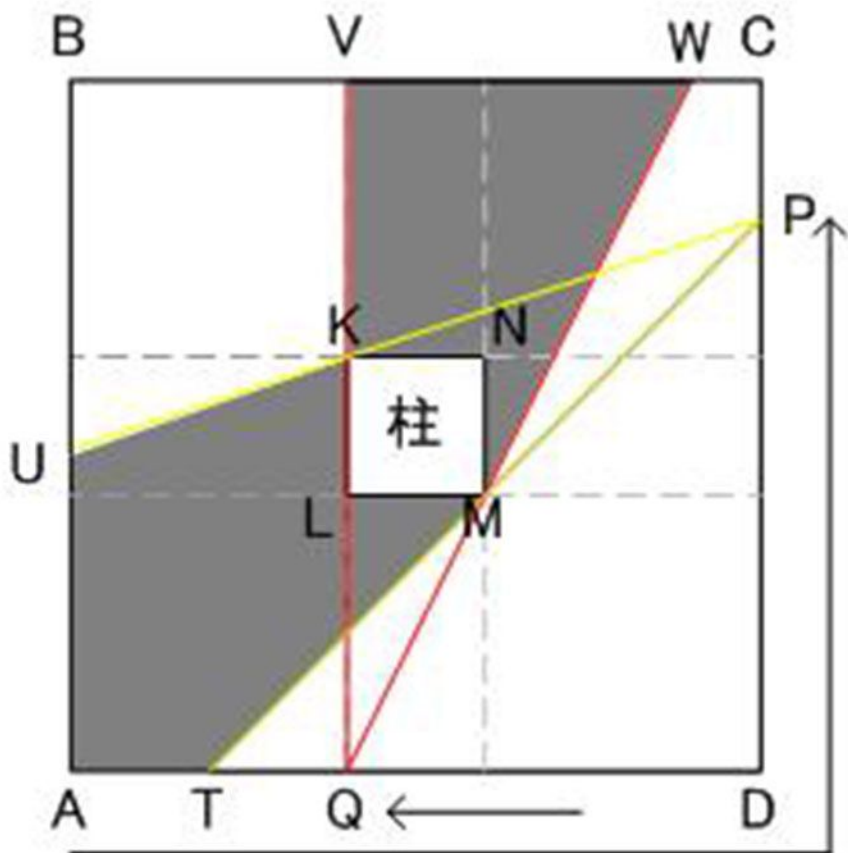
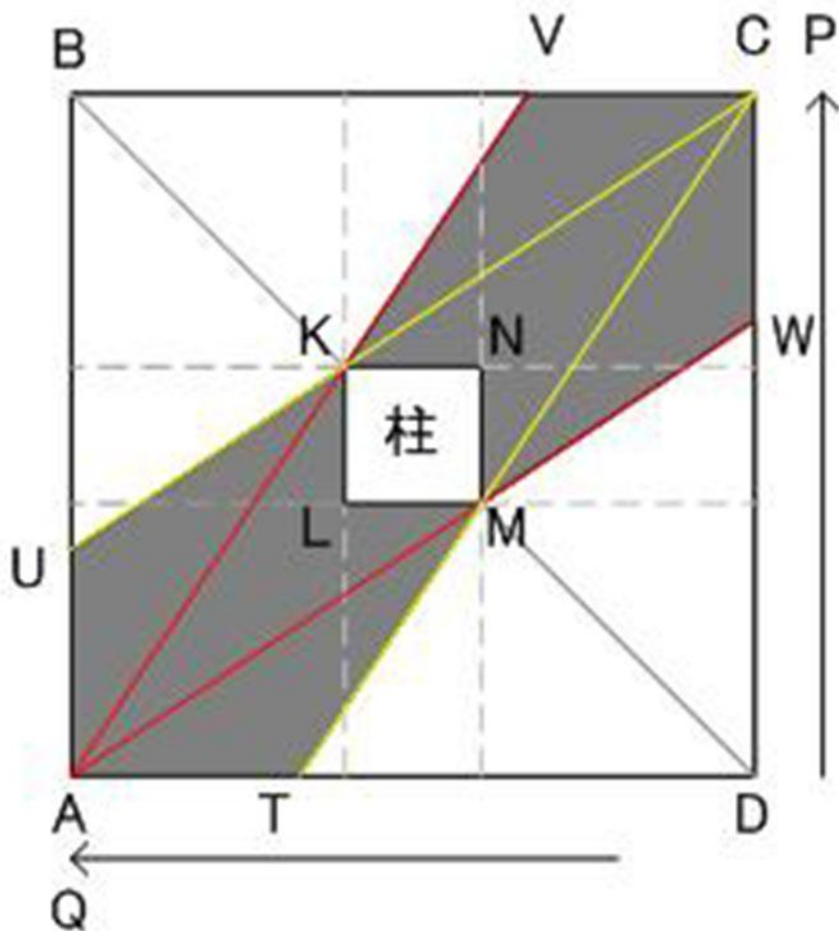


図9から、Q君がAにつくまで、見えない部分はありません。（2秒間）

P君がC、Q君がAにいる状態（下の図10）以降は、ちょうどACを軸に正方形ABCDを反転させた状態と同じになる（巻き戻しているような感じになる）ので、

图 10



共通して見えない部分ができる時間は、それまでの20秒の間と同じになることになります。

よって、20秒間にP君、Q君から共通して見えない部分ができなかったのは、 $1+2=3$ 秒間で、残り17秒間は存在していたので、40秒間には、 $17 \times 2 = 34$ 秒間あることになります。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q33 2進法

問題

数字の1と2だけを使って整数を作り、小さい方から並べます。

1, 2, 11, 12, 21, 22, 111, …

このとき、次の間に答えなさい。

(1) 11222 は小さい方から数えて何番目ですか。

(2) 作られた11111から22222までの5けたの整数を全て足すといくらですか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q34 箱の組み立て

問題

1 辺 12 cm の正方形の紙があります。この紙の四隅（よすみ）からハサミで同じ大きさの正方形を切り取り、残った紙を組み立てると、ふたのない直方体の容器ができます。

このとき次の問に答えなさい。

(1) 切り取る紙の1辺を3 cmとしたとき、できる立体の体積を 答えなさい。

(2) できる立体が立方体のとき、その体積を答えなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q35 6 進法

問題

マス目が描かれた同じプリントが2枚以上あります。2から7までの6種類の数字を使ってできる整数2，3，4，5，6，7，22・・・を

小さい順に1マスずつ、次の操作に従って書き込んでいきます。

操作①：どの行も左から右に書く。

操作②：最後の列まで書き込み終わったら、次の行に書く。

操作③：最後の行まで書き込み終わったら、次のプリントに書く。

	1	2	3	4	5	6	7	
	行	行	行	行	行	行	行	...
	目	目	目	目	目	目	目	
1列目	2	3	4	5	6	7	22	...
2列目								...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
								...

このようにして、すべてのプリントのすべてのマスに整数を書きました。

最後に書いた整数は「2746」でした。このとき、

次の問に答えなさい。

- (1) 2けたの整数は何個書き込まれていますか。
- (2) 書き込んだ整数は、全部で何個ですか。
- (3) 1枚目の紙の6行目の8列目の整数を答えなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q36 %の計算

問題

正方形の周の長さを20%増やすと、面積は何%増えますか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q37 移動速度

問題

A地点からB地点へ移動します。道のりの8分の1を進んだとき、予定していた時間の5分の1が経過していました。

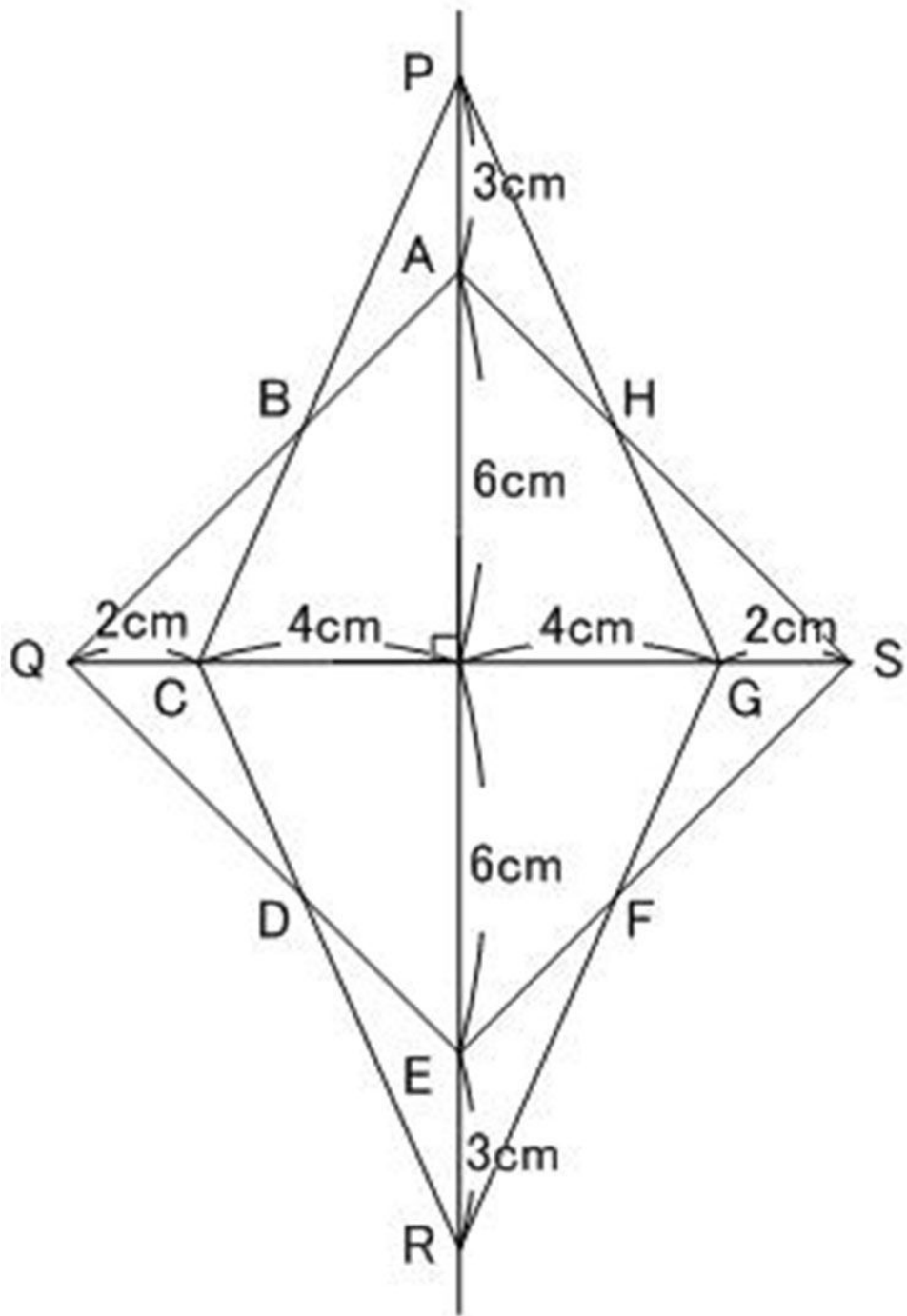
予定していた時間にB地点に到着するには、それまでの速さの何倍の速さで移動すればよいですか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q38 回転体の体積

問題

下の図を見て、次の問に答えなさい。



- (1) 八角形 $ABCDEFGH$ の面積を求めなさい。
- (2) BH の長さを求めなさい。
- (3) 八角形 $ABCDEFGH$ を直線 PR のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q39 四則演算

問題

＋（足し算）、×（かけ算）、÷（わり算）を1つずつ、次の式の○の中に入れるとき、最も小さい答えはいくらになりますか。

$$5 \circ 4 \circ 3 \circ 2$$

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q40 不定不等式

問題

1本のひもがあつて、とちゅうに結び目が1か所あります。

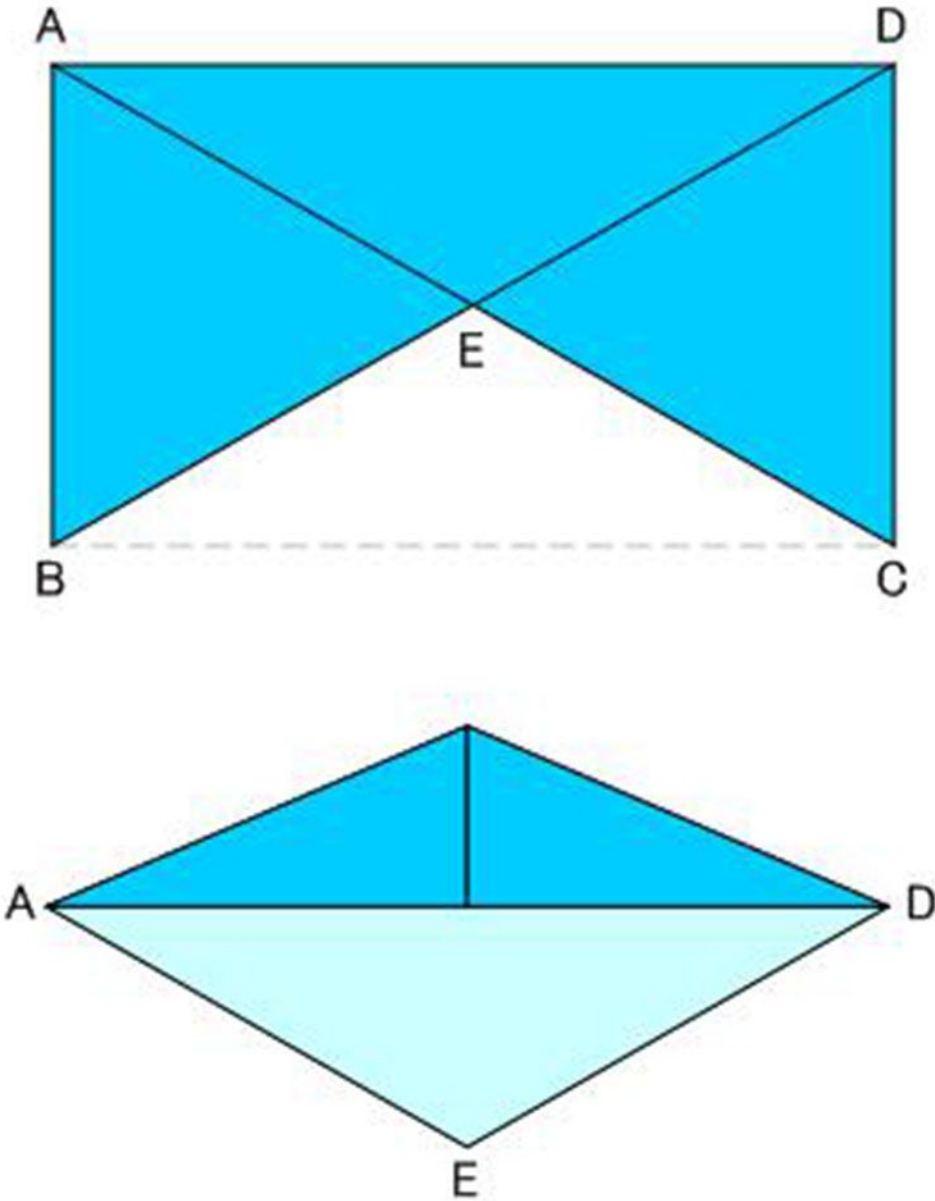
このひもを5等分すると、結び目は左から2本目の部分にあり、8等分すると、結び目は左から4本目の部分にありました。

結び目が切ったはしになることはないものとする、このひもを30等分すると、結び目は左から何本目のところにありますか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q41 立体図形の組み立て条件

問題



上の図のように、長方形の一部を対角線に沿って切り取ったものを折ると、三角すいができる場合と、できない場合があります。

三角すいを作るには、ABの長さをどのようにするとよいか答えなさい。

Q42 流水算

問題

21 km はなれた川のA地点とB地点を船で往復しました。

AからBへ上るときは2時間6分かかり、BからAへ下るときは、

川の流れが1時間あたり1・4 km速くなっていたので、1時間15分で済みました。次の問に答えなさい。

(1) 水の流れがないとき、この船の速さは時速何 km ですか。

(2) BからAへ下るときの川の流れが、もし上りのときより1時間あたり0・4 kmおそくなっていたとすると、下りには

どれくらいの時間がかかりますか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q43 同じ模様になるのは・・・

問題

図1の展開図で表される立体を組み立てました。

アからエの展開図を組み立てるとき、この立体と同じような並びになるのはどれですか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q44 カードの得点

問題

A君がくじ引きをします。当たりくじを引いたときには得点400点が与えられ、さらに裏に点数が書かれた12枚のカードから1枚引き、その点数をボーナス点として加えます。

カードは7点、 7×3 点、 $7\times 3\times 3$ 点のカードが2枚ずつ、

$7\times 3\times 3\times 3$ 点、 $7\times 3\times 3\times 3\times 3$ 点のカードが3枚ずつあり、1度引いたカードは元には戻しません。

12回くじ引きをしたとき、A君の得点の合計は3267点でした。

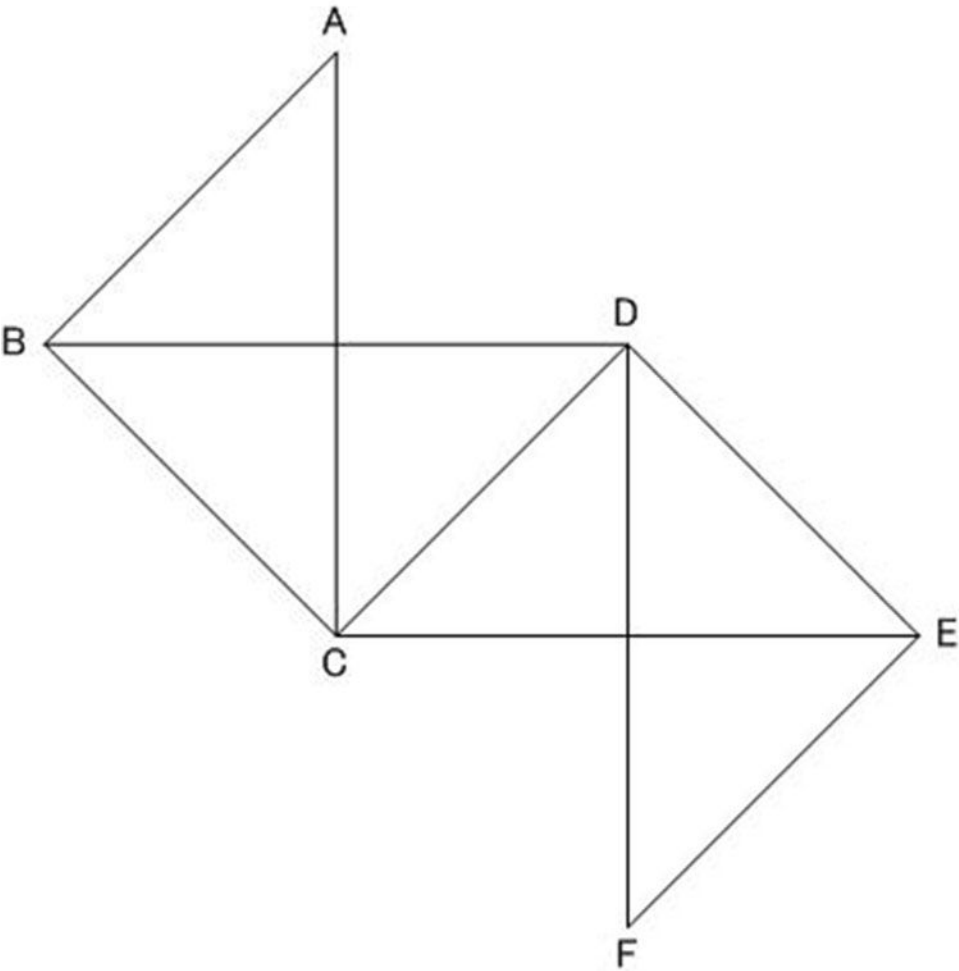
A君が5種類の点数のカードをそれぞれ何枚引いたのか求めなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q45 展開図の組み立て

問題

下の図はある立体図形の展開図で、すべての面は直角二等辺三角形になっています。

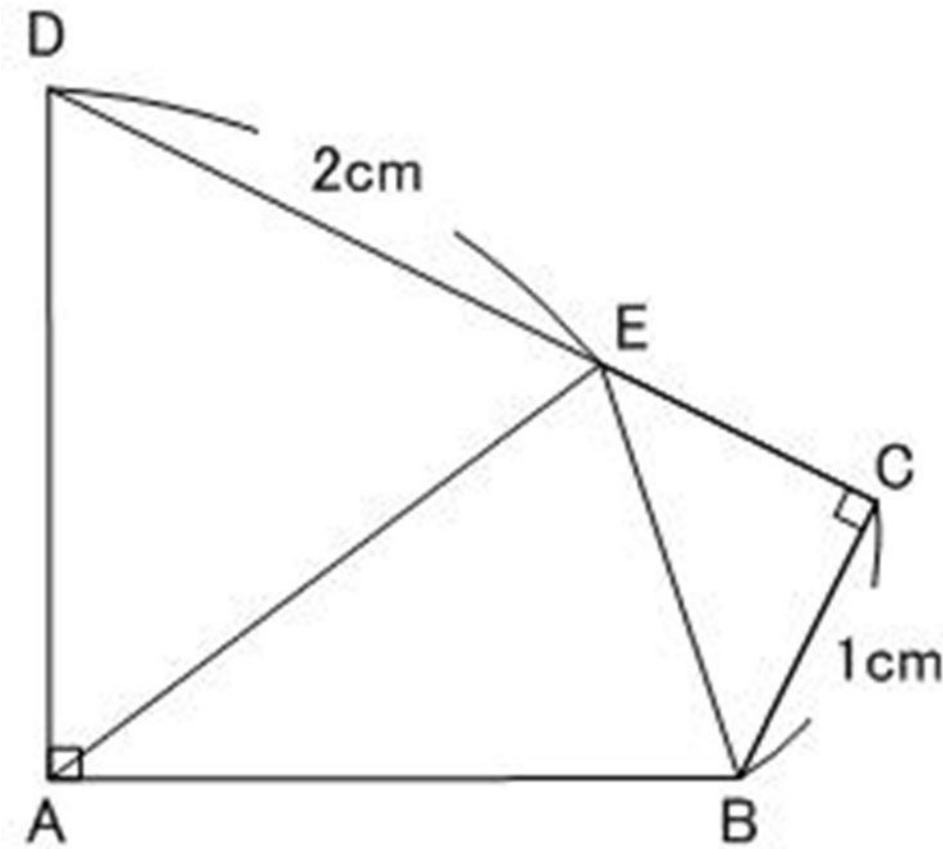


- (1) この立体を組み立てたとき、辺 A B と重なる辺はどこか答えなさい。
- (2) 展開図の A C の長さが 1 2 c m のとき、組み立てた立体の 体積を求めなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q46 平面図形の面積

問題

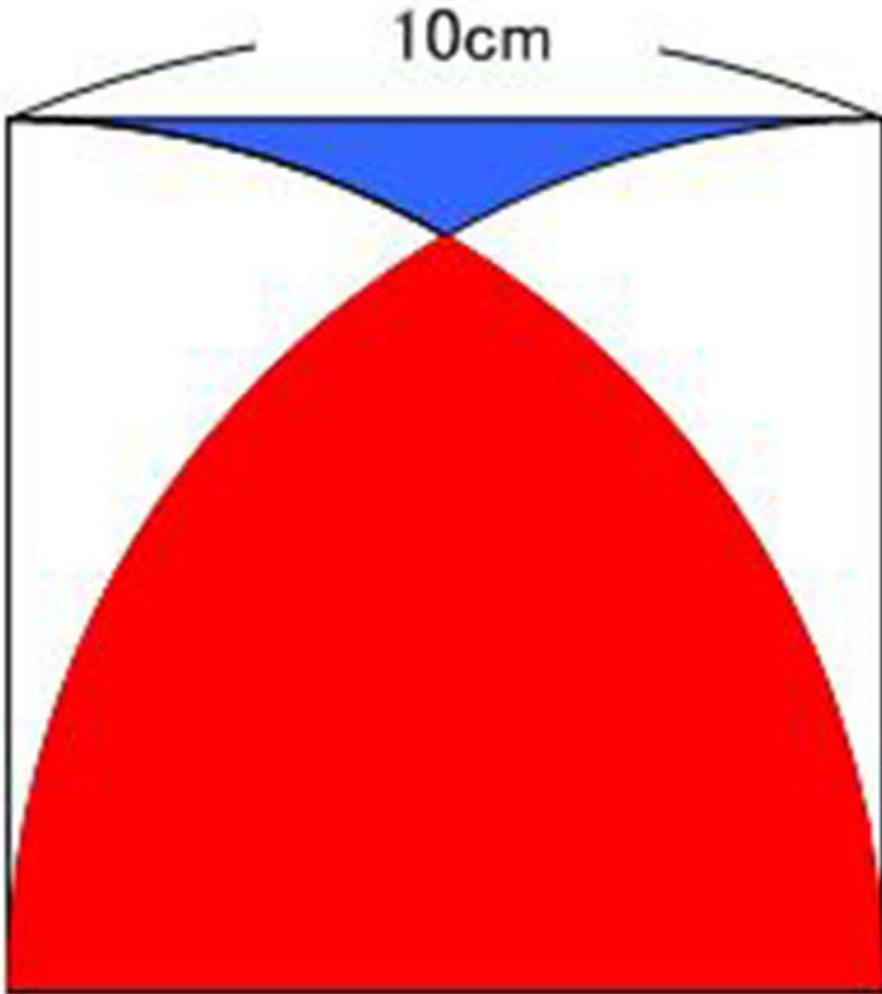


上の図の四角形 $ABCD$ において、 AB 、 AD 、 AE の長さはすべて等しい。このとき、四角形 $ABED$ の面積を求めなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q47 面積の工夫

問題



上の図は、1 辺 1 0 c m の正方形の内部に半径 1 0 c m の扇形を重ねて描いたものです。

図の赤い部分と青い部分の面積の差を求めなさい。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q48 数列の和

問題

奇数の和： $3 \cdot 9 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + \cdots + A$

偶数の和： $4 \cdot 4 + 4 \cdot 6 + 4 \cdot 8 + \cdots + B$

があります。

奇数の和の整数の個数は、偶数の和の整数の個数より1つ多く、

奇数の和と偶数の和が等しいとき、それぞれの最後の整数 A ， B を求めなさい。

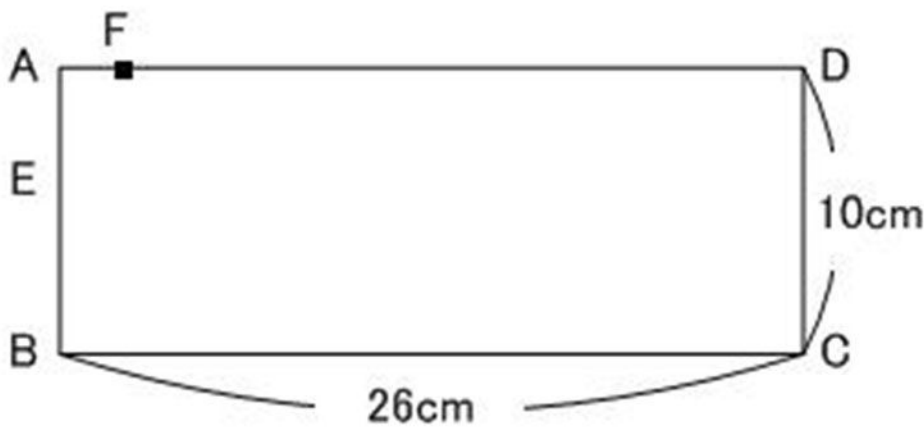
[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q49 折り返した図形

問題

下の図のような長方形 $ABCD$ があります。辺 AB 上に点 E をとり、 CE を折り目として折ると、頂点 B は辺 AD 上の点 F と重なり、

AF の長さは 2 cm でした。このとき、 BE の長さを答えなさい。



[解答を見る](#) [目次へ](#)

Q50 サイコロの目の出方

問題

サイコロをふって、3回同じ数が出たら終わりとし、それまでに出了目の数を合計して得点とします。

- (1) 最大でサイコロを何回ふることができますか。
- (2) 4回で終わり、得点が10点になるような目の出方は何通りありますか。
- (3) 得点が10点になるような目の出方は何通りありますか。

[解答を見る](#) [目次へ](#)

解答

[目次へ](#)

A1 六角形→三角すい

解答

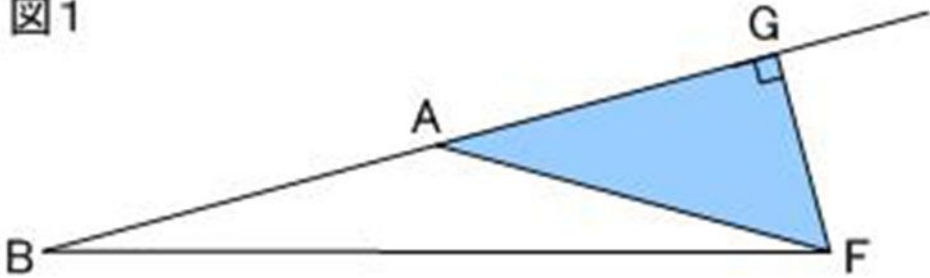
(1) 三角形ABCは、直角二等辺三角形なので、その面積は、 $6 \times 6 \div 2 = 18 \text{ cm}^2$ です。

三角形ABFは、等しい辺の長さが6 cmの二等辺三角形で、

角A = 150° なので、角ABF = 角AFB = 15° です。

下の図1のように、BAを延ばし、その線にFから垂線を下ろし、点Gとすると、

図1



三角形AFGは、角FAG = $15 + 15 = 30^\circ$ 、角AFG = 60°

の直角三角形なので、FGの長さはAFの長さの半分の3 cmと

わかり、三角形ABFの面積は、ABを底辺、GFを高さとして

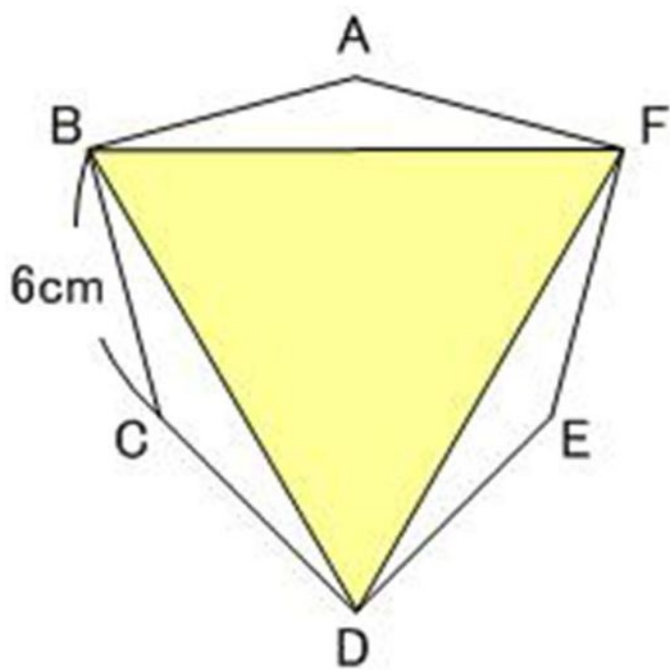
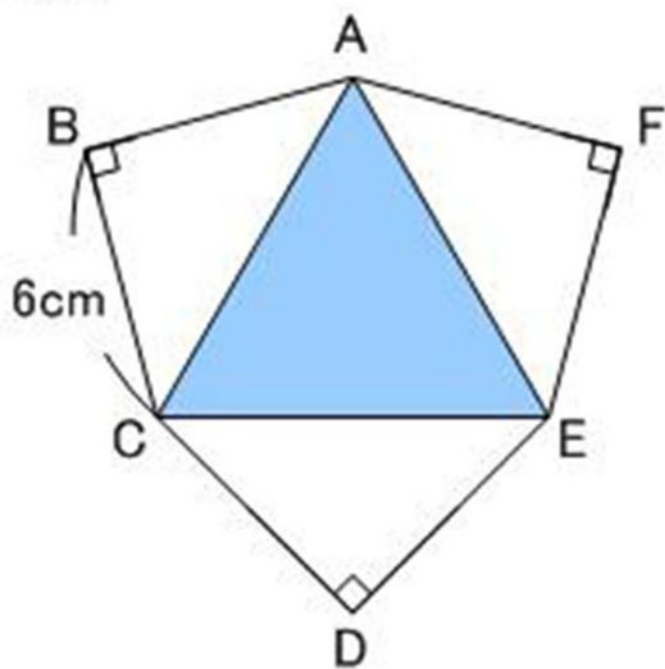
$6 \times 3 \div 2 = 9 \text{ cm}^2$ と求めることができます。

(2) 三角形ACEと三角形BDFは、それぞれ下の図2のように

六角形ABCDEFから、三角形ABCの面積 $(18) \times 3$ を除いたもの

と、三角形ABFの面積 $(9) \times 3$ を除いたものになります。

图2

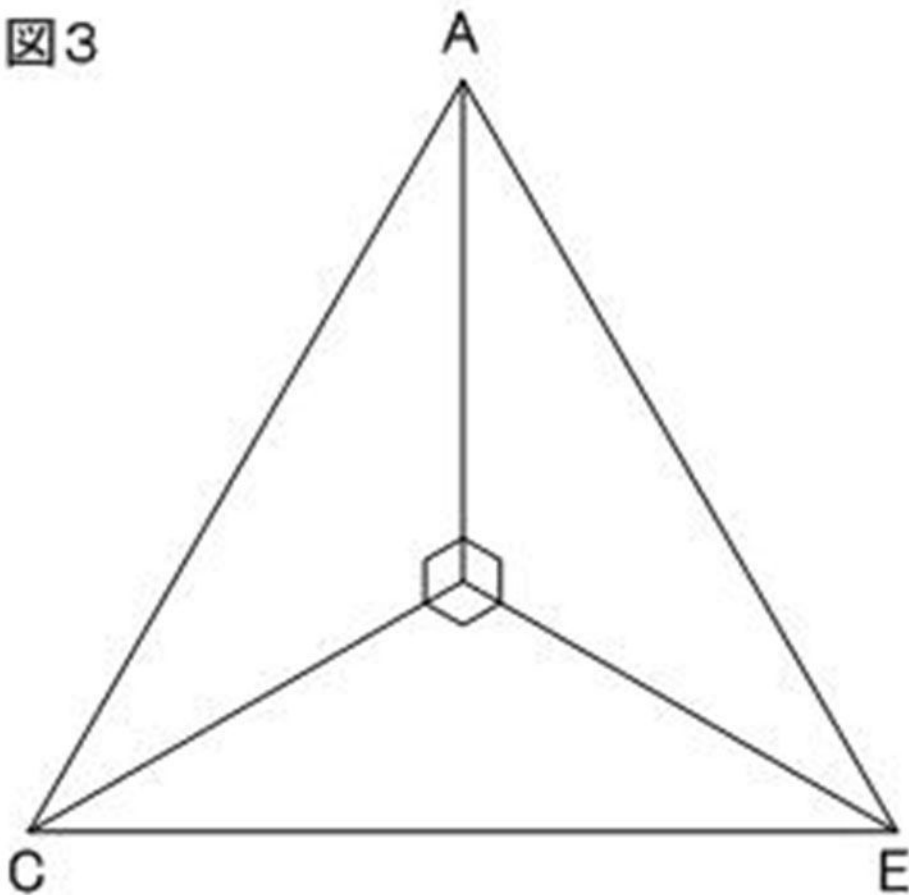


三角形ACEの方が、三角形BDFよりも、 $(18-9) \times 3 = 27 \text{ cm}^2$ 、多くの面積が取り除かれているので、2つの三角形の面積の差も

27 cm^2 となります。(元の六角形ABCDEFの面積は同じなので)

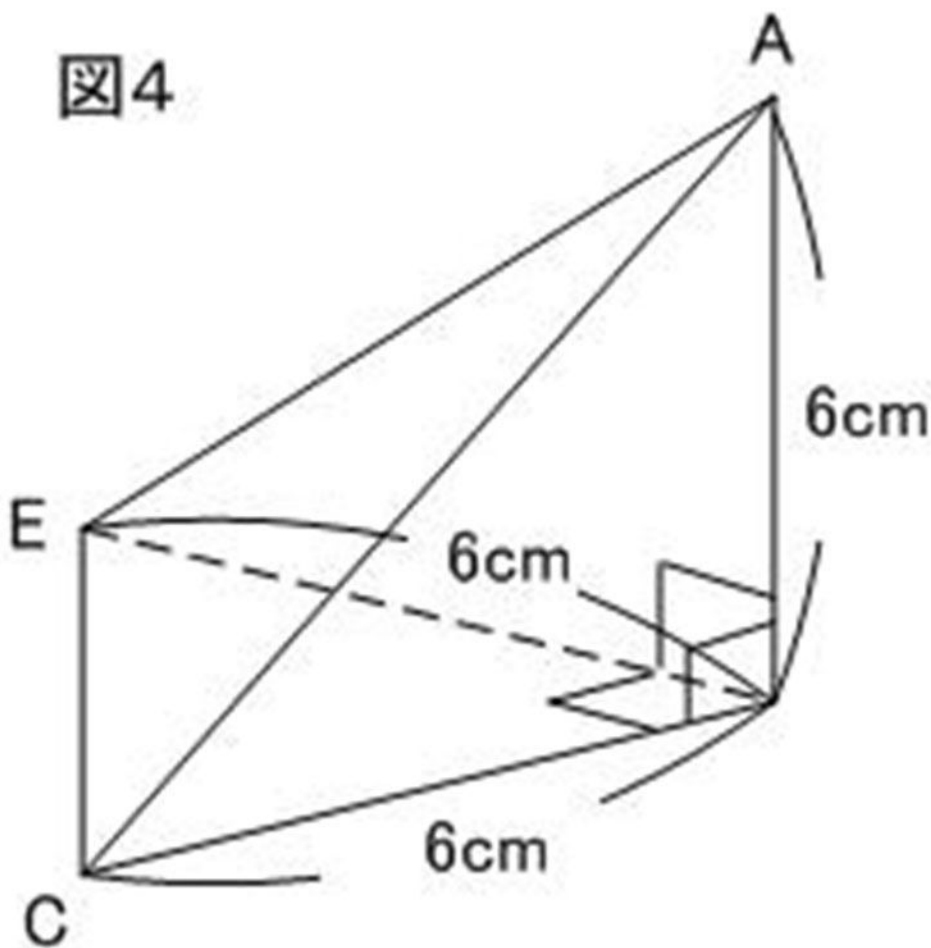
(3) できる立体は、正三角形ACEを底面とすると、下の図3のようになります。(真上から見た図です)

図3



横に倒してみると

図4



底面に直角二等辺三角形、高さ6 c mの三角すいだとわかり、その体積は、 $6 \times 6 \div 2 \times 6 \div 3 = 36 \text{ cm}^3$ となります。

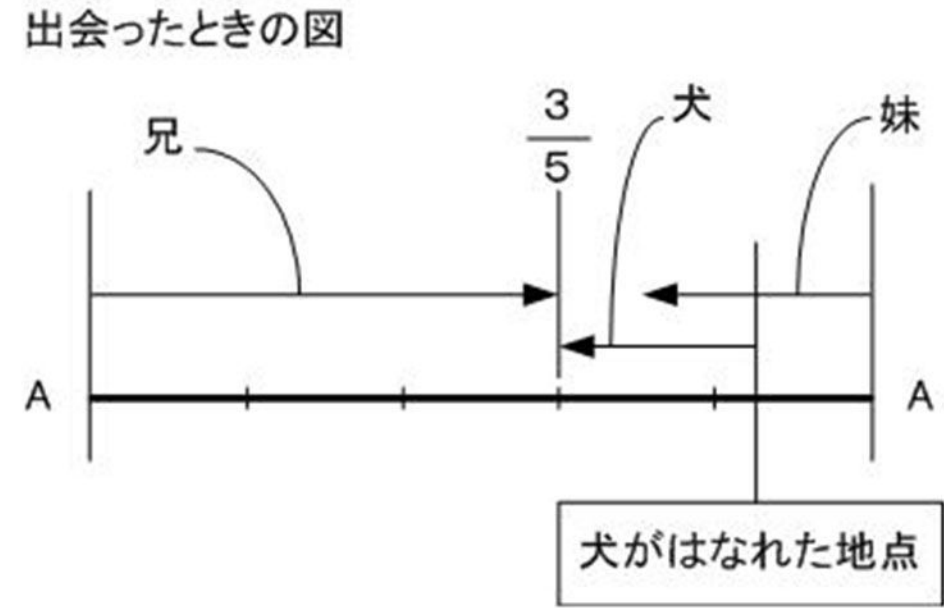
[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A2 速さと比

解答

兄と犬が出会ったときの図を描いてみましょう。
A地点からA地点まで、直線で表すと、下図のようになります。



兄と妹の速さの比は $4 : 2 = 2 : 1$ なので、兄がB地点にいるとき、妹はA地点から $3/10$ の地点（C地点とします）にいますので、

兄と妹の距離（B地点とC地点の間の距離）は、池のまわりの長さの

$1 - (3/5 + 3/10) = 1/10$ ということがわかります。

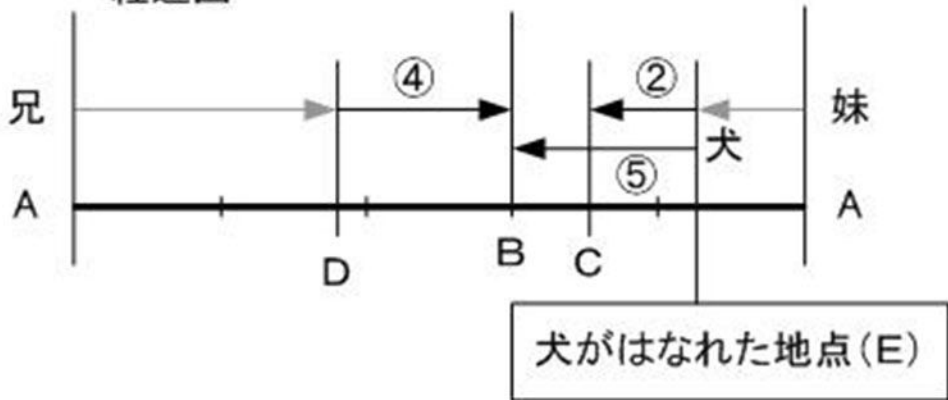
妹が犬をはなした時点で、兄がいた場所をD地点とすると、兄は、D地点からB地点へ移動するのに1分かかります。

犬も、妹から離れた地点（E地点とします）からB地点に移動するのに1分かかります。

妹は、E地点からC地点まで1分かかります。

それぞれの速さの比が $4 : 2 : 5$ なので、下図のように移動した距離は④、②、⑤と表すことができます。

犬がはなれてからの経過図



B地点とC地点の間の距離は、池の $\frac{1}{10}$ でした。

これが③に等しいので、兄が移動した距離④は、 $\frac{1}{10} + 3 \times 4 = \frac{2}{15}$ となります。

兄は、池の $\frac{2}{15}$ の距離を1分で自転車で走るので、池の $\frac{3}{5}$ の距離を移動するには、

$\frac{3}{5} \div \frac{2}{15} = 4.5$ 分=4分30秒かかる、

すなわち、兄がB地点につくのは、出発して4分30秒後ということになります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A3 面積比

解答

(1) 四角形 $ABCD$ の面積は、 $8 \times 10 = 80 \text{ cm}^2$ です。

また、台形 $ABGF$ の面積と台形 $CDFG$ の面積の合計も、四角形 $ABCD$ の面積に等しく、 80 cm^2 です。

台形 $ABGF$ の面積と台形 $CDFG$ の面積の比は、 $12/13 : 1 = 12 : 13$ なので、

台形 $ABGF$ の面積は、 $80 \div (12 + 13) \times 12 = 38.4 \text{ cm}^2$ と

求められ、台形 $ABGF$ の高さを AB (8 cm) と考えれば、

AF と BG の長さの和は、 $38.4 \div 8 \times 2 = 9.6 \text{ cm}$ となります。($BG = 6.6 \text{ cm}$)

(2) 三角形 ABH の面積は、三角形 EFG の面積の 1.5 倍なので三角形 EFG の面積から求めます。

三角形 EFG の面積は、台形 $CDFG$ から、三角形 DEF と三角形 CEG の面積を除けばよく、

台形 $CDFG$ の面積 $= 80 - 38.4 = 41.6 \text{ cm}^2$ で、三角形 DEF と三角形 CEG の面積の合計は、底辺が等しく 4 cm の

三角形の和で、 $DF + CG = 10 \times 2 - 9.6 = 10.4 \text{ cm}$ より、

$4 \times 10.4 \div 2 = 20.8 \text{ cm}^2$ なので、

三角形 EFG の面積は、 $41.6 - 20.8 = 20.8 \text{ cm}^2$ です。

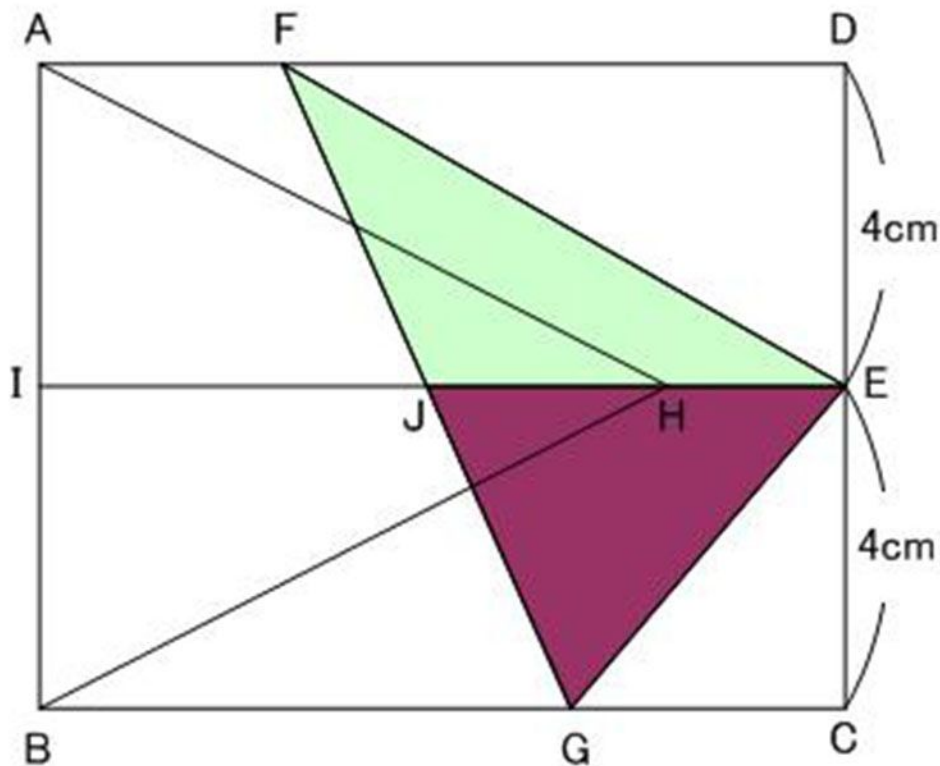
よって、三角形 ABH の面積は、 $20.8 \times 3/2 = 31.2 \text{ cm}^2$ で、

AB を底辺としたときの高さは、 $31.2 \times 2 \div 8 = 7.8 \text{ cm}$ となります。

(3) 三角形 EFG は、 EH の延長と AB 、 FG の交点を I 、 J とすると、

下の図1のように、三角形 EIJ と三角形 EJG に分けられます。

図1

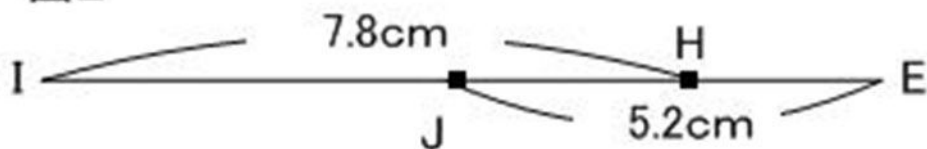


この2つの三角形は、底辺がEJで共通で、高さもそれぞれ4 cmなので、面積が等しく、(2)より三角形EFGの面積が $20 \cdot 8 \text{ cm}^2$

なので、EJの長さは、 $20 \cdot 8 \times 2 + 8 = 5 \cdot 2 \text{ cm}$ です。

(2)よりHIの長さが $7 \cdot 8 \text{ cm}$ なので、HJの長さは、下の図2のように

図2

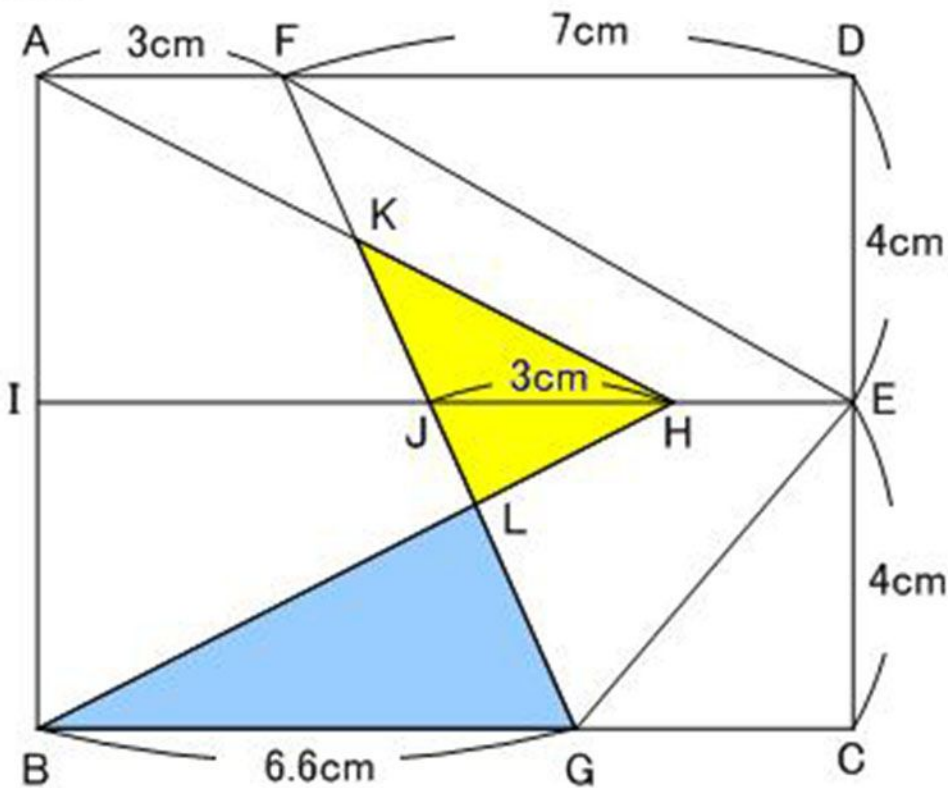


$(7 \cdot 8 + 5 \cdot 2) - 10 = 3 \text{ cm}$ となります。

AH、BHとFGの交点をそれぞれK、Lとすると、三角形HJKと三角形AFKは、合同ことがわかり、

HJを底辺としたときの三角形HJKの高さは $4 + 2 = 2 \text{ cm}$ です。

図3



次に、三角形H J Lと三角形B G Lは相似で、相似比は $3 : 6 \cdot 6 = 5 : 11$ です。

それぞれの三角形の高さは、 $4 \div (5 + 11) \times 5 = 5/4 \text{ cm}$ と、 $4 - 5/4 = 11/4 \text{ cm}$ です。

よって、黄色い三角形H K Lの面積は、H Jを底辺として、

$$3 \times (2 + 5/4) \div 2 = 39/8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

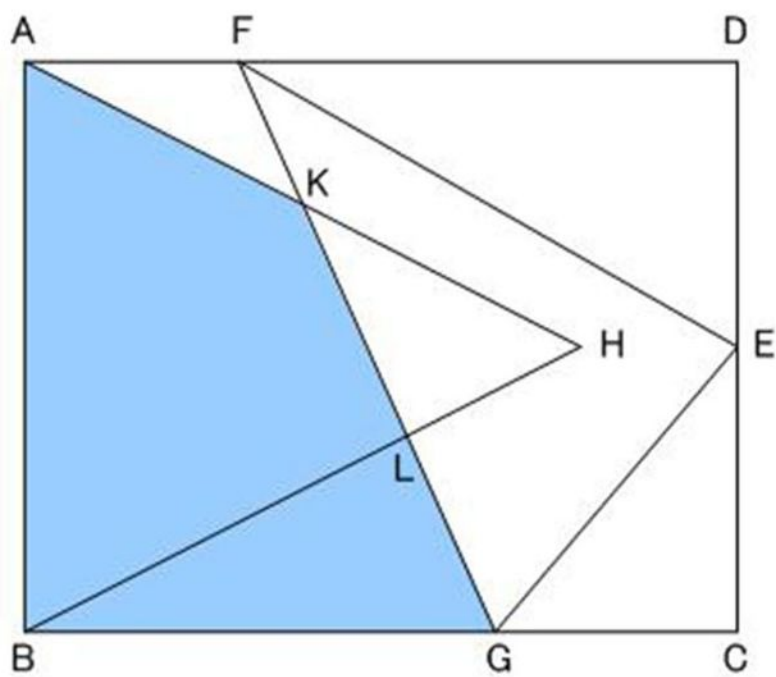
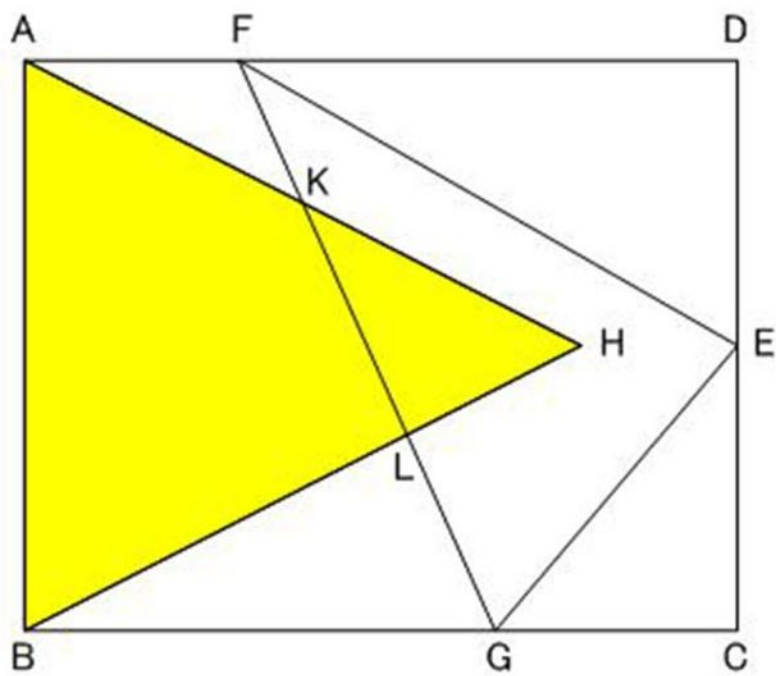
青い三角形B G Lの面積は、

$$6 \cdot 6 \times 11/4 \div 2 = 72 \cdot 6/8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

なので、その差は、

$$(72 \cdot 6 - 39) \div 8 = 33 \cdot 6 \div 8 = 4 \cdot 2 \text{ cm}^2 \text{ となります。}$$

図4



<別解>

黄色い三角形HKLの面積と、青い三角形BGLの面積の差は、両方に四角形ABLKの面積を加えた三角形ABHの面積と、四角形ABGKの面積の差に等しくなります。

(2)より、三角形ABHの面積 $=31 \cdot 2 \text{ cm}^2$ でした。

四角形ABGKの面積 $=$ 台形ABGFの面積 $-$ 三角形AFKの面積

(1)より、台形ABGFの面積 $=38 \cdot 4 \text{ cm}^2$ でした。

三角形AFKは、AFを底辺とすると高さ $=2 \text{ cm}$ なので、面積は $3 \times 2 \div 2 = 3 \text{ cm}^2$ なので、

四角形ABGKの面積 $=38 \cdot 4 - 3 = 35 \cdot 4 \text{ cm}^2$ です。

よって、黄色い三角形の面積と、青い三角形の面積の差は、

$35 \cdot 4 - 31 \cdot 2 = 4 \cdot 2 \text{ cm}^2$ と求められます。

[問題を見る](#)

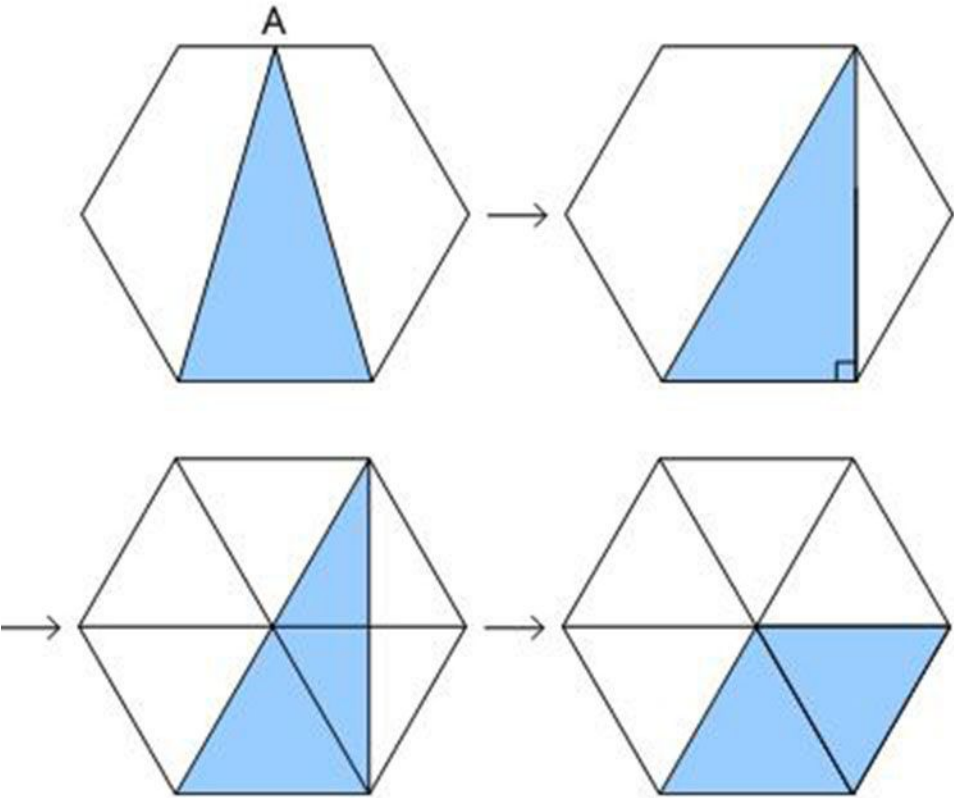
[目次へ](#)

A4 正六角形の面積利用

解答

(1) 三角形は下の図1のように等積変形できます。

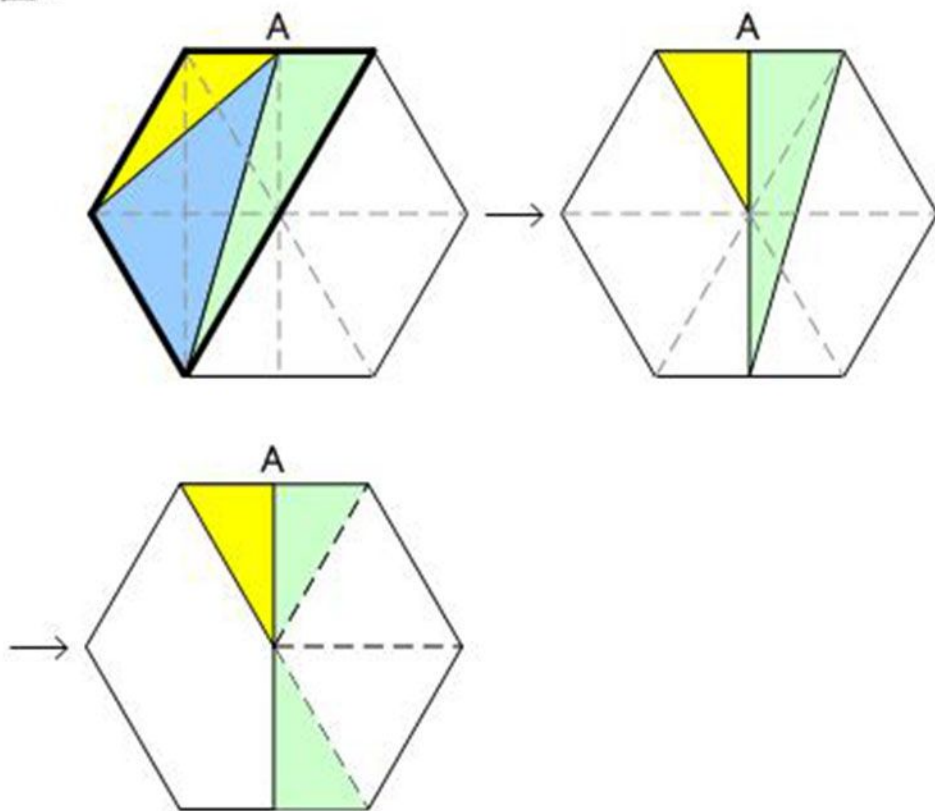
図1



正六角形を6等分する正三角形2個分の面積と等しく、正三角形1つの面積が、 $4 \div 6 = \frac{2}{3} \text{ cm}^2$ なので、求める部分の面積は $\frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3} \text{ cm}^2$ となります。

(2) 下の図2のように、求める部分は正六角形の半分の部分から黄色い三角形と緑の三角形を除いたもので、それぞれ図のように等積変形できます。

図2

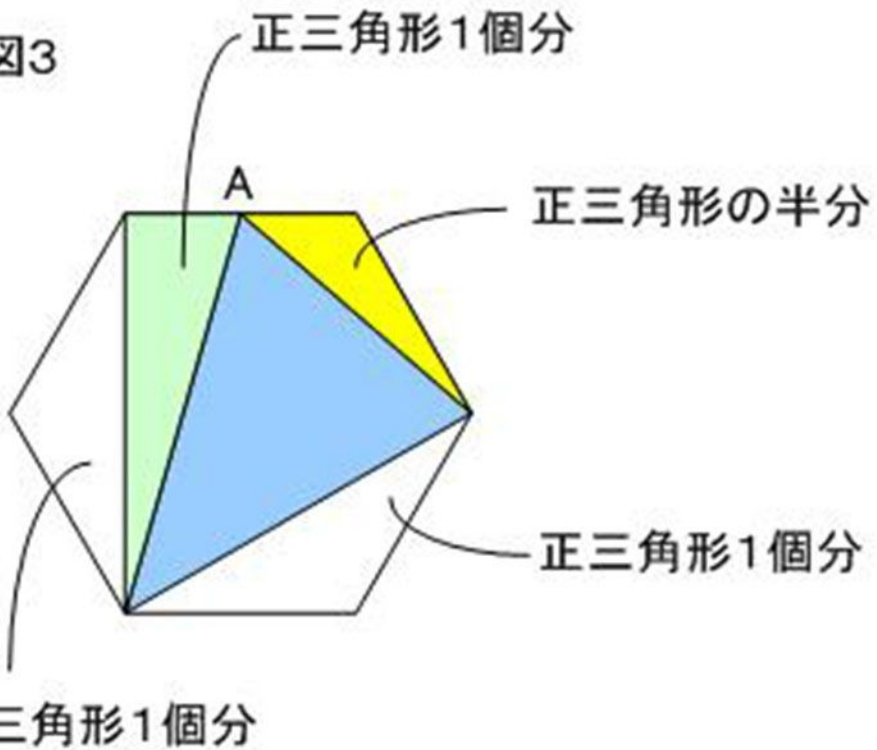


除く部分の面積は、正六角形を6等分する正三角形を1個と半分に相当し、その面積は $7 \times 1 \cdot 5 = 10 \cdot 5 \text{ cm}^2$ です。

よって、求める部分の面積は、 $42 + 2 - 10 \cdot 5 = 10 \cdot 5 \text{ cm}^2$ となります。

(3) 求める部分は、正六角形から下の図3のような部分を除いたものです。

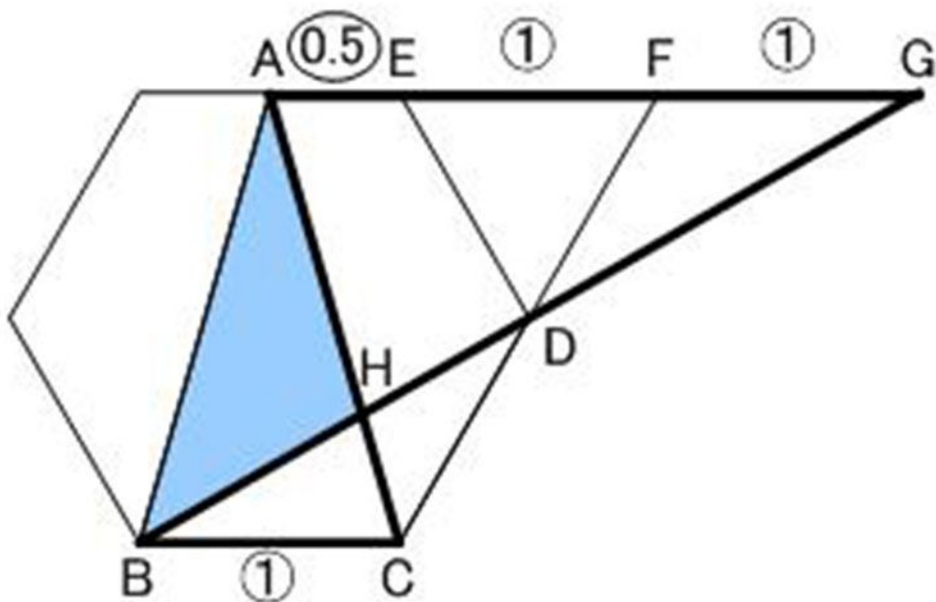
図3



正三角形 $3 \cdot 5$ 個分を除くと、求める部分は正三角形 $2 \cdot 5$ 個分で、 $7 \times 2 \cdot 5 = 17 \cdot 5 \text{ cm}^2$ となります。

(4) 下の図4のように、BDの延長とAEの延長の交点をGとすると

図4



三角形DEFは正三角形、三角形BCDと三角形GFDは合同より、BCの長さ : AGの長さ = 1 : 2・5 = 2 : 5 となります。

よって、CH : HA = 2 : 5 で、

(1) より、三角形ABCの面積 = 14 cm² なので、求める三角形ABHの面積 = $14 \div (2 + 5) \times 5 = 10$ cm² となります。

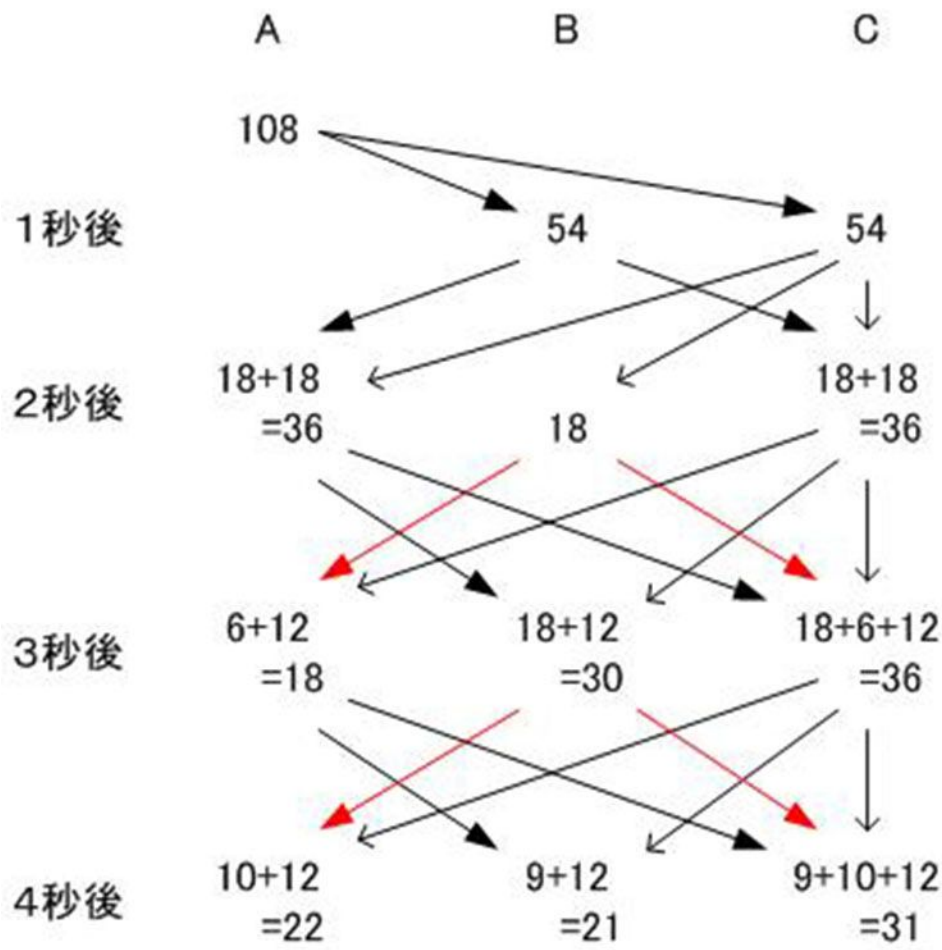
[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A5 カエルの数は？

解答

時系列を描いてみると、下の図のようになります。



4秒後には葉Cに31匹のカエルがいることがわかります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A6 数の割合

解答

$$A+B+C+D=496、A+3=B-3=C\times3=D\div3$$

$C=\text{①}$ とすると、 $C\times3=D\div3$ なので、 $D=C\times9=\text{⑨}$ です。

また、 $A+3=B-3=C\times3$ なので、 $A=\text{③}-3$ 、 $B=\text{③}+3$ と表すことができます。

$$\text{よって、} A+B+C+D=(\text{③}-3)+(\text{③}+3)+\text{①}+\text{⑨}=\text{⑩}=496 \text{ です。}$$

$$\text{よって、} \text{①}=496\div16=31 \text{ とわかり、}$$

$$A=\text{③}-3=90$$

$$B=\text{③}+3=96$$

$$C=\text{①}=31$$

$$D=\text{⑨}=279$$

となります。

[問題を見る](#)

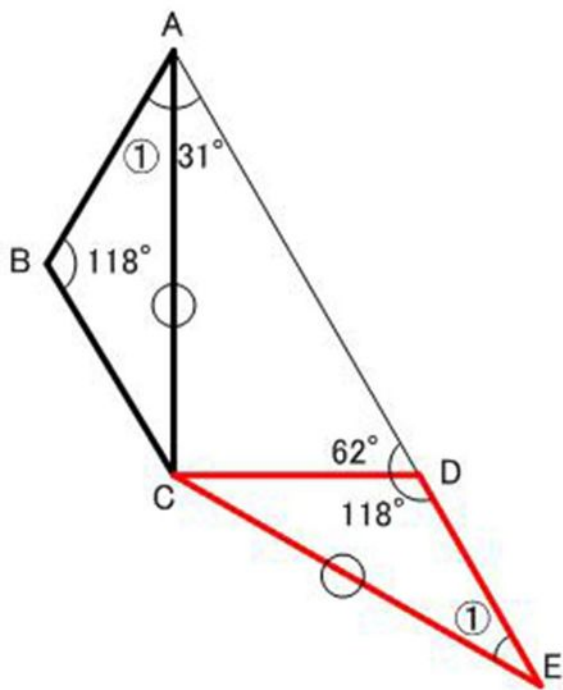
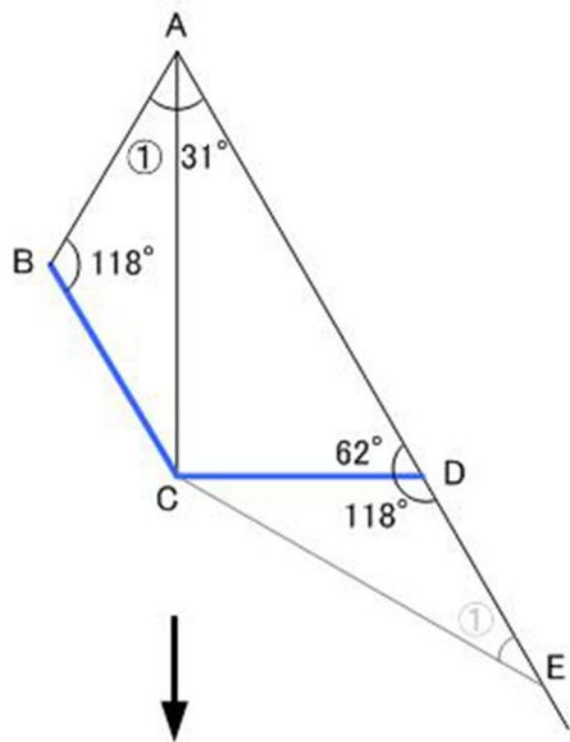
[目次へ](#)

A7 平面図形の角度

解答

角CDAの外角が118°で角Bと等しいので、これを利用するため

下の図のようにADを延ばして、角CED=①となるように点Eをとります。

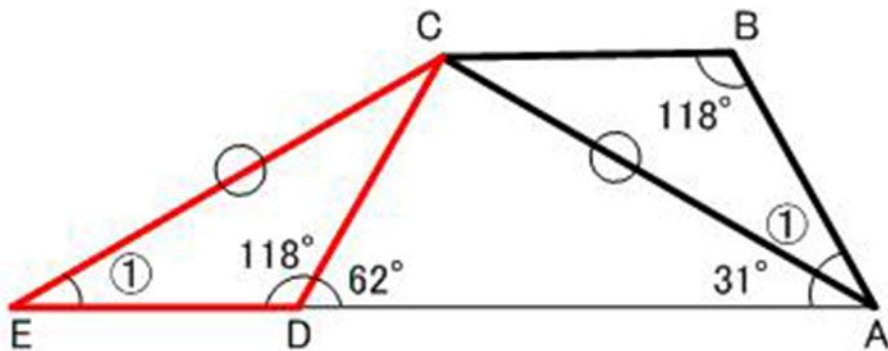
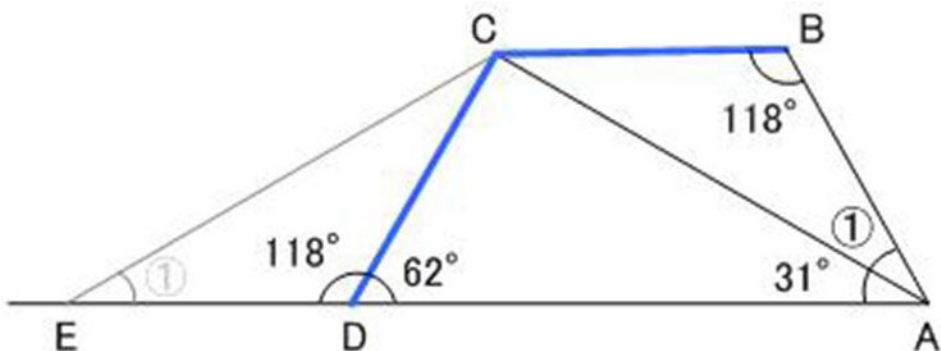


すると、三角形ABCと三角形EDCは、 $BC = CD$ なので合同です。

よって、 $AC = CE$ なので、三角形ACEは二等辺三角形となります。

ゆえに、 $\angle CED = \angle CAD$ より、 $\textcircled{1} = 31^\circ$ となります。

図をわかりやすいように横にすると、下図のようになります。



[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A8 回転する図形

解答

(1) 120° のおうぎ形は40秒で1回転するので、1秒間に $360^\circ \div 40 = 9^\circ$ 回転します。

90° のおうぎ形は、60秒で1回転するので、1秒間に $360^\circ \div 60 = 6^\circ$ 回転します。

最初、A、Bは重なっているので、2点の差は 360° あります。

次に重なるのは、 $360^\circ \div (9^\circ + 6^\circ) = 24$ 秒後です。

さらに、次に重なるのも、24秒後、つまり24秒ごとに点A、Bは重なります。

5分間では、5分 $= 5 \times 60 = 300$ 秒なので、 $300 \div 24 = 12 \cdot 5$ より、12回重なることになります。

問題より、最初の場所以外で重なる回数を数えなければならないので、最初の場所で重なる回数を調べます。

点Bは60秒ごとに最初の場所に帰ってきます。

一方、点A、Bが重なるのは24秒ごとなので、60と24の最小公倍数が120なので、120の倍数である

120秒後、240秒後の2回、最初の場所で点A、Bが重なることがわかりますので、最初の場所以外で重なる回数は、

$12 - 2 = 10$ 回 となります。

(2) 回転前に、 120° のおうぎ形と 90° のおうぎ形は、 $360 - (120 + 90) = 150^\circ$ 離れています。

それぞれ1秒間に 9° 、 6° 回転するので、2つのおうぎ形が

初めて重なり始めるのは、 $150 \div (9 + 6) = 10$ 秒後からです。

a° は最大でも 90° にまでしかならないので、 $a = 90$ となるのは、

$10 + 90 \div (9 + 6) = 16$ 秒後です。

$a = 90$ が持続する時間は、

$16 + (120 - 90) \div (9 + 6) = 18$ 秒後 までです。

18秒後から6秒かけて、24秒後には、 $a = 0$ となりま

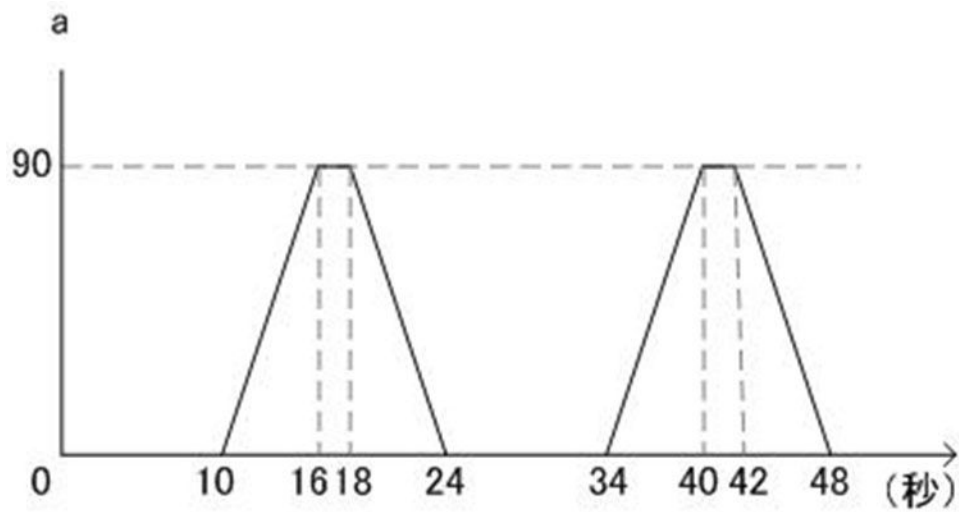
(24秒後には、点A、Bが重なる状態になっています)

次に2つのおうぎ形が重なるのは、10秒後で、 $24 + 10 = 34$ 秒後になります。

そこから6秒かけて、 $a = 90$ となり、2秒間、 $a = 90$ が続き、

6秒かけて、 $a = 0$ に戻り、また10秒後から2つのおうぎ形が重なり始める、ということの繰り返しとなり、グラフにすると

下図のようになります。



[問題を見る](#)

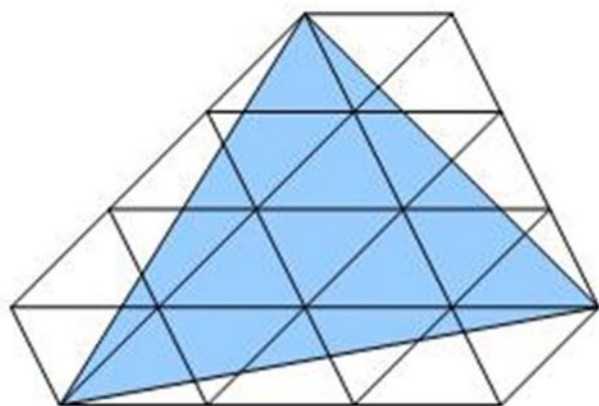
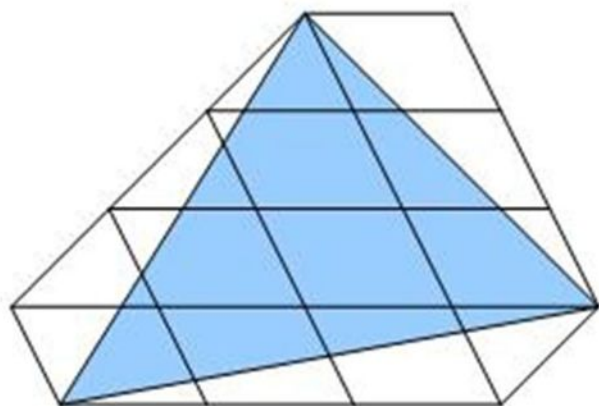
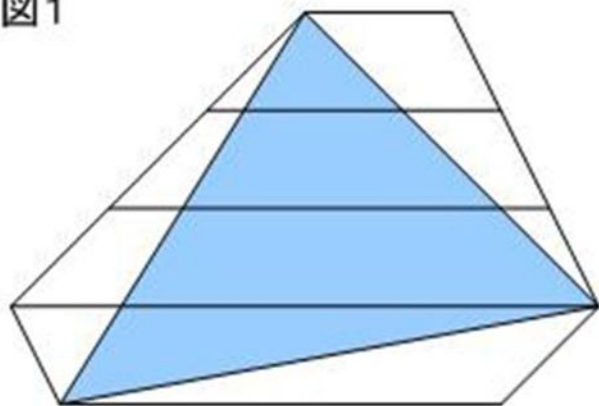
[目次へ](#)

A9 平行六辺形

解答

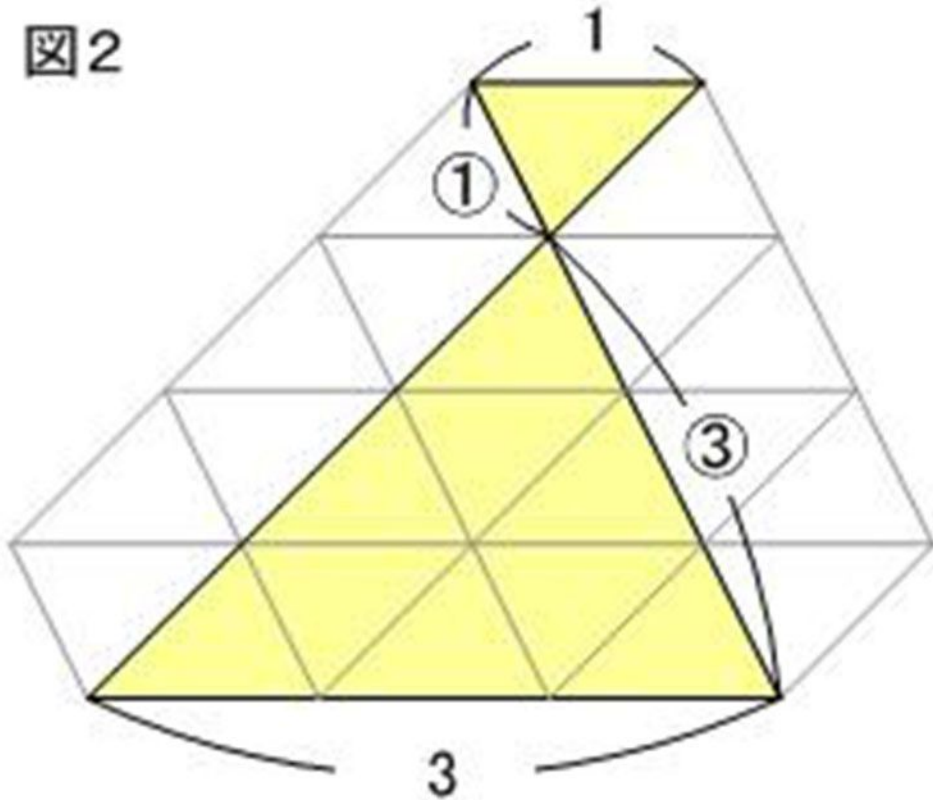
六角形の向き合った辺の長い方の辺を3等分する点を印し、各辺と平行に下図のように線を引きます。

图 1



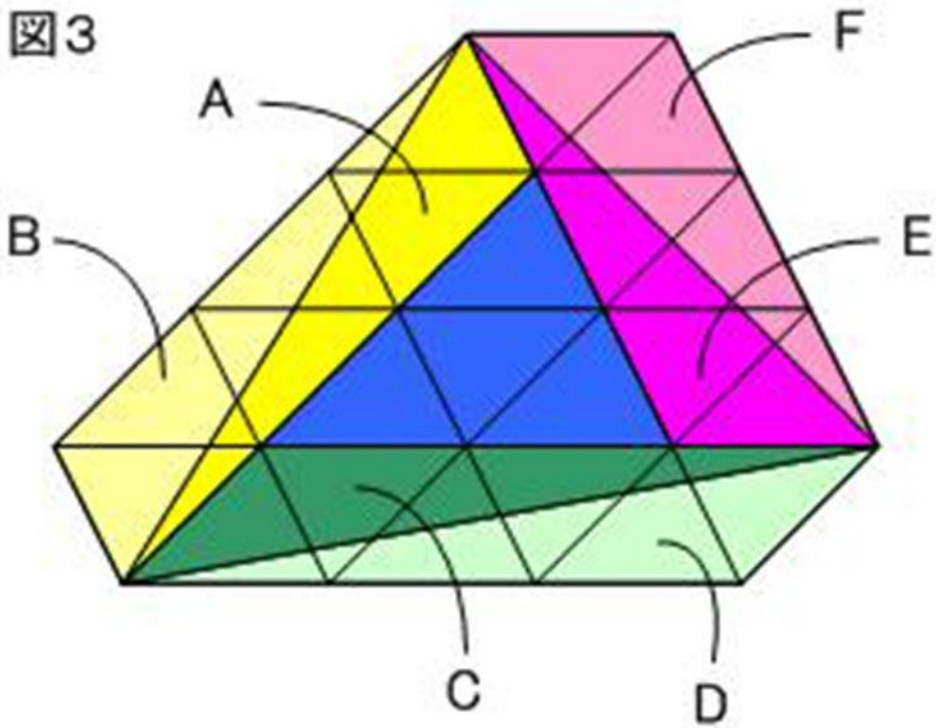
下の図2の例のように、辺の比1 : 3を利用すると様々な部分の比が明らかになり、六角形は同じ小さい三角形22個から形成されていることがわかります。

図2



求める三角形の面積は、下の図3の中央の青い三角形と、A、C、Eの三角形の面積の合計です。

図3



A + B、C + D、E + F の面積は、ともに小さい三角形 6 個分なので、A、C、E はそれぞれ小さい三角形 3 個分になります。

中央の青い三角形は、小さい三角形 4 個分なので、求める三角形は、小さい三角形 $3 \times 3 + 4 = 13$ 個分とわかります。

よって、六角形は小さい三角形 22 個から形成されているので、求める三角形は、六角形の面積の $13/22$ (倍) となります。

[問題を見る](#)

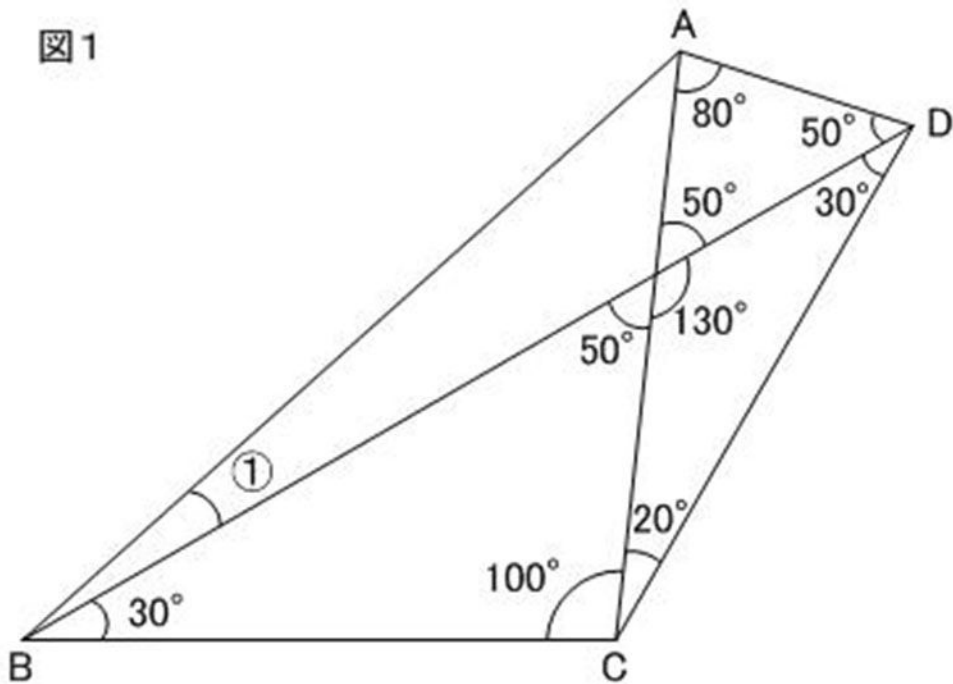
[目次へ](#)

A10 平面図形の角度

解答

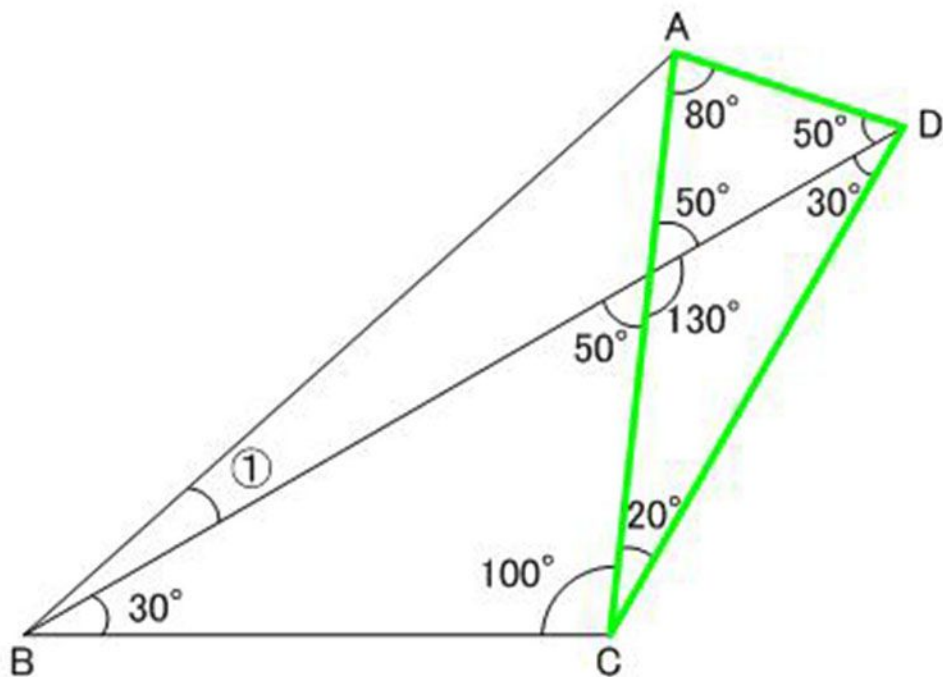
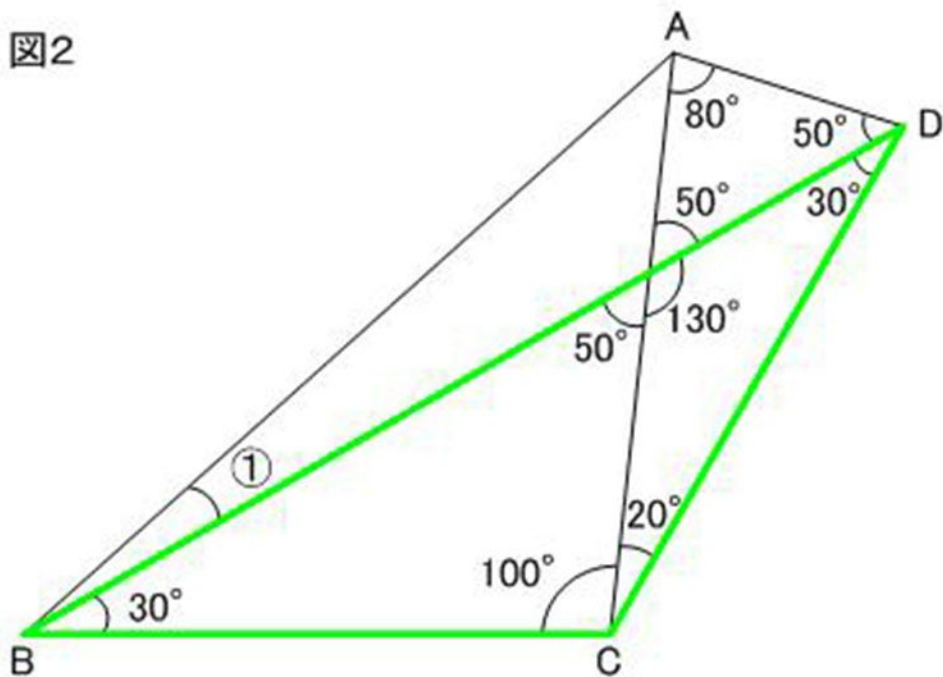
まず、わかる角度を書き込むと、下の図1のようになります。

圖 1



これから、図2のように、三角形BCDと三角形ACDが二等辺三角形であることがわかります。

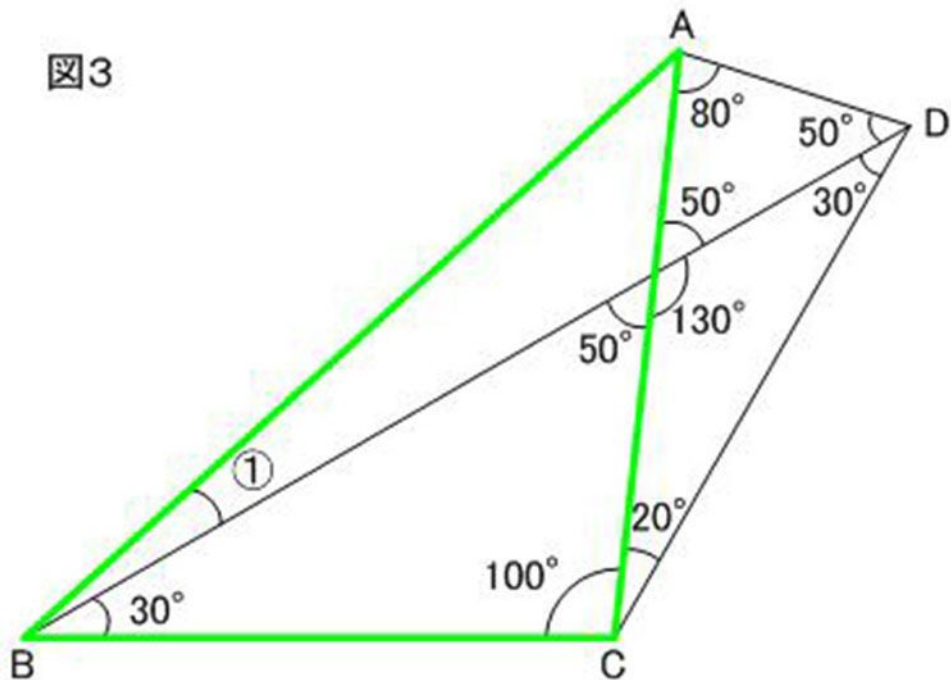
図2



BCの長さとCDの長さが等しく、CDの長さとCAの長さが等しいのでBCの長さとCAの長さが等しいことになり、図3のように、

三角形ABCは二等辺三角形となります。

図3



よって、角 $ACB=100^\circ$ なので、角 $B=(180-100)\div2=40^\circ$ となるので、 $\textcircled{1}=40-30=10^\circ$ と求められます。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

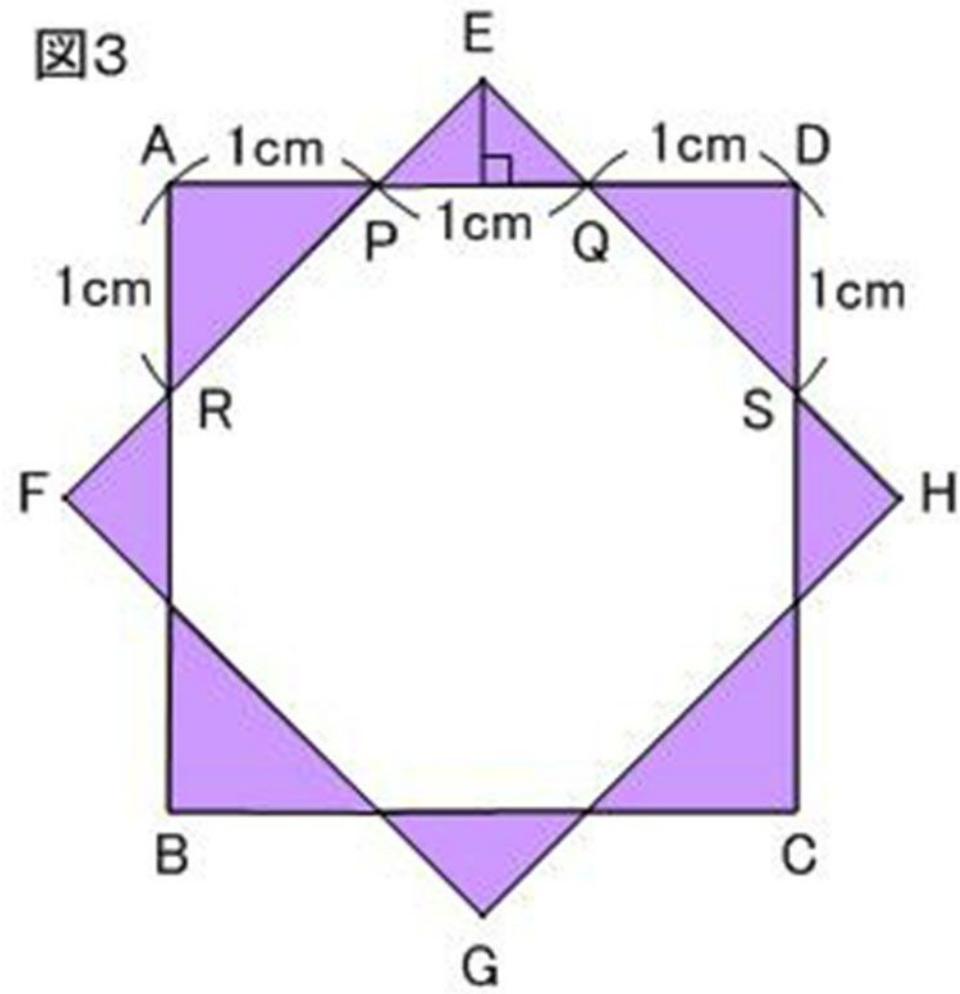
A11 正方形の組み合わせ

解答

(1) 正方形ABCDの面積が9 cm²なので、 $AB=AD=3\text{ cm}$ とわかります。

ADとEF、EHの交点をP、Qとすると、点P、Qは、ADを3等分しているので、 $AP=PQ=QD=1\text{ cm}$ とわかります。

また、EFとAB、EHとCDの交点をそれぞれR、Sとすると、 $AR=DS=1\text{ cm}$ となり、三角形APR、三角形DQSが直角二等辺三角形であることがわかります。(図3)



三角形EPQは、角EPQ=角EQP=45度なので、直角二等辺三角形で、高さはPQの長さの半分の0.5 cmなので、面積は

$$1 \times 0.5 \div 2 = 0.25 \text{ cm}^2 \text{ です。}$$

求める面積は、

三角形E P Qの面積 $\times 4$ + 三角形A P Rの面積 $\times 4$ = $0.25 \times 4 + 1 \times 1 \div 2 \times 4 = 3 \text{ cm}^2$ となります。

(2) 求める部分は、三角形A P Eの面積 $\times 8$ に等しく、三角形A P Eは、A P = 1 cm 、高さ = 0.5 cm なので、

面積は、 $1 \times 0.5 \div 2 = 0.25 \text{ cm}^2$ より、求める部分の面積は、 $0.25 \times 8 = 2 \text{ cm}^2$ となります。

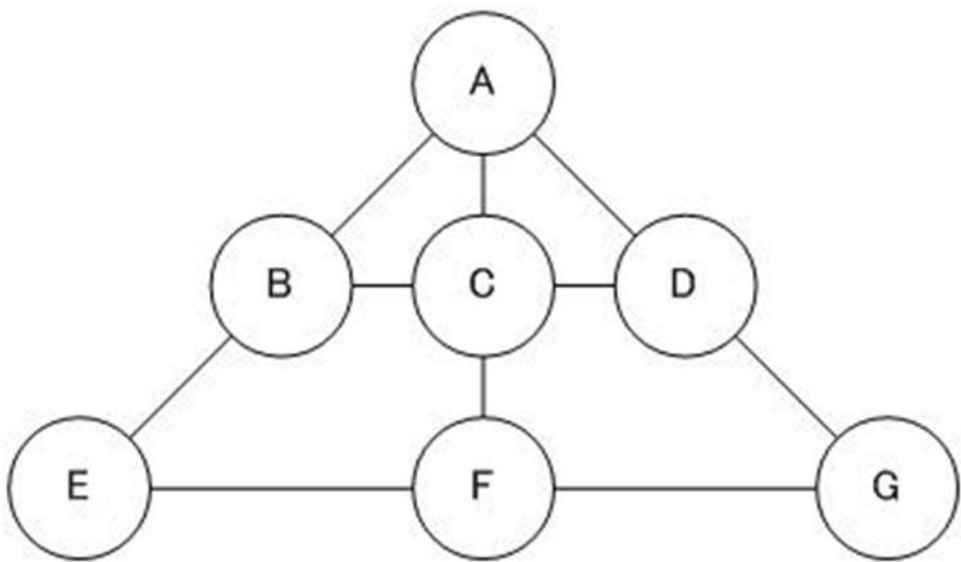
[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A12 魔方陣

解答

(1) 下図のようにA～Gまでの記号を当てはめ、3つの数の和を□とすると、



$A + B + E = A + C + F = A + D + G = B + C + D = E + F + G = \square$ となります。

この図には5つの数の和ができるので、そのすべてを足してみます。

$$A + B + E + A + C + F + A + D + G + B + C + D + E + F + G = \square \times 5$$

整理してみると、 $(A + B + C + D + E + F + G) \times 2 + A = \square \times 5$ となります。

$$A + B + C + D + E + F + G = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28 \text{ より、}$$

$$28 \times 2 + A = 56 + A = \square \times 5 \text{ という式ができます。}$$

この式は、 $56 + A$ が、5の倍数 ということを示しています。

Aには、1から7のいずれかが入るので、

$56 + A$ が5の倍数になるには、 $A = 4$ でなければならないので、

$$56 + 4 = 60 = \square \times 5 \text{ より、} \square = 60 \div 5 = 12 \text{ と求められます。}$$

よって、3つの数の和は、12です。

(2) Aには4が必ず入るので、残る6個の数字について考えます。

3つの数の和が12なので、

$$B + E = C + F = D + G = 12 - 4 = 8 \text{ です。}$$

残る数字は1, 2, 3, 5, 6, 7で、足して8になる組は、

(1, 7)、(2, 6)、(3, 5)の3組です。

さらに、 $B + C + D = E + F + G = 12$ となるような組は、(1, 5, 6)、(2, 3, 7)の2組です。

B, C, D = (1, 5, 6) のとき、B, C, Dの数が決まれば

E , F , G の数も決まるので、その並び方の数は、 $3 \times 2 \times 1 = 6$ 通りです。

B , C , D = (2 , 3 , 7) のときも、同様に6通りあるので、

合計すると、 $6 \times 2 = 12$ 通りとなります。

[問題を見る](#)

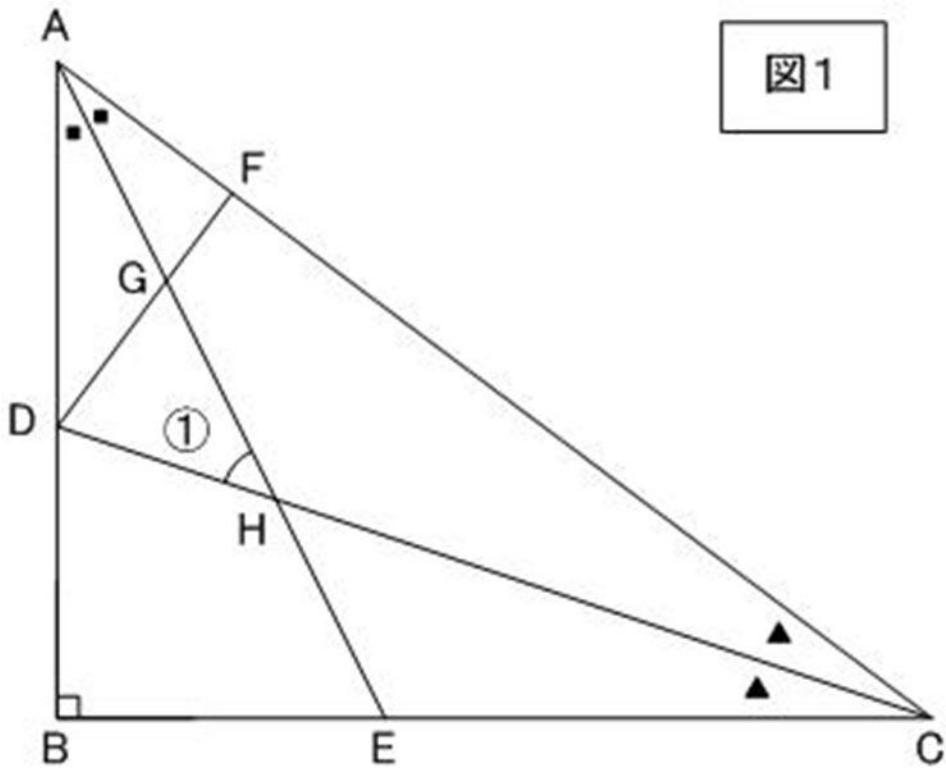
[目次へ](#)

A13 平面図形の角度 & 面積比

解答

(1) 角①＝角HAC＋角HCA です。

AE、CDで三角形を折り返すと、AB、BCがACと重なるので、
角EAB＝角EAC、角DCA＝角DCB となります。



上の図1のように、それぞれの角度を■、▲と表すと、角BAC＋角BCA＝180－角B＝90度なので、
■＋■＋▲＋▲＝90度となり、■＋▲＝90÷2＝45度と求められます。
よって、角①は45度です。

(2) 面積が何倍かを問われているので、面積比を求めます。
まず、BCとCFの長さは等しく4cmなので、AF＝1cmです。
三角形AGFと三角形ABEは、3つの角度が等しいので相似で、
相似比はAF：AB＝1：3なので、面積比＝1×1：3×3＝1：9とわかります。
次に、AEで三角形を折り返したときに頂点BがAC上にくるところを
点Iとすると、AB＝AI＝3cmで、CI＝2cmとわかります。
すると、三角形AIEの面積：三角形CIEの面積＝AI：IC＝3：2となります。

図2

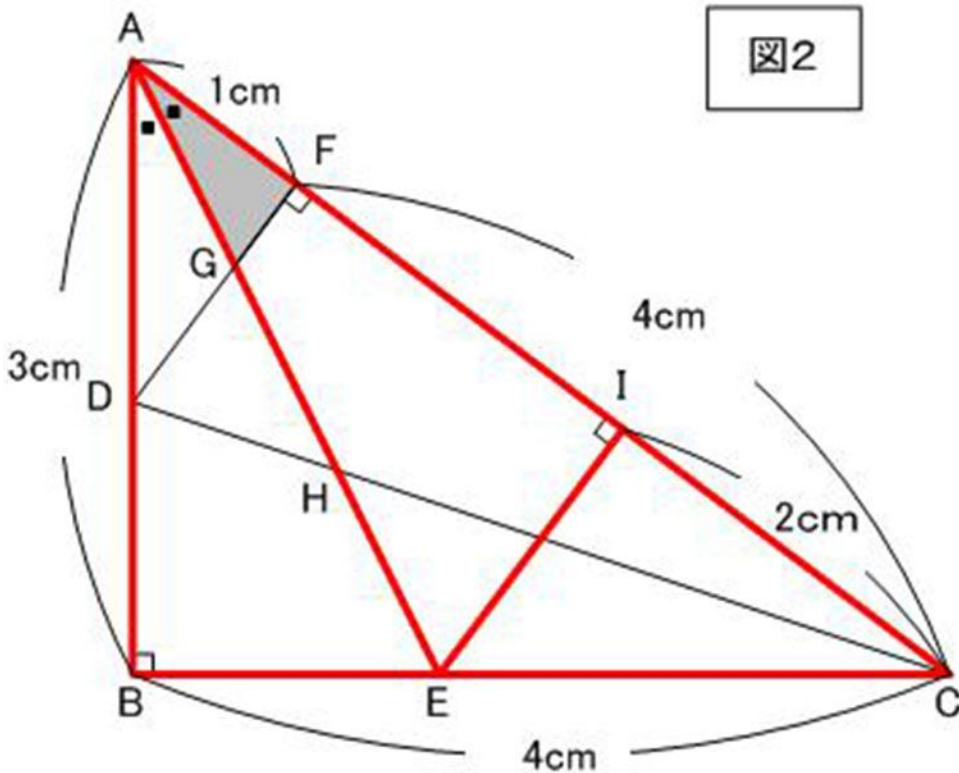


図2のように、三角形ABCは、三角形ABE+三角形AIE+三角形CIEと等しくなり、

三角形ABEの面積 = 三角形AIEの面積、

三角形AIEの面積 : 三角形CIEの面積 = 3 : 2で、

三角形AGFの面積 : 三角形ABEの面積 = 1 : 9より、

三角形AGFの面積 : 三角形ABCの面積 = $1 : 9 + 9 + 6 = 1 : 24$

という面積比になるので、

三角形AGFの面積は、三角形ABCの面積の24分の1倍です。

[問題を見る](#)

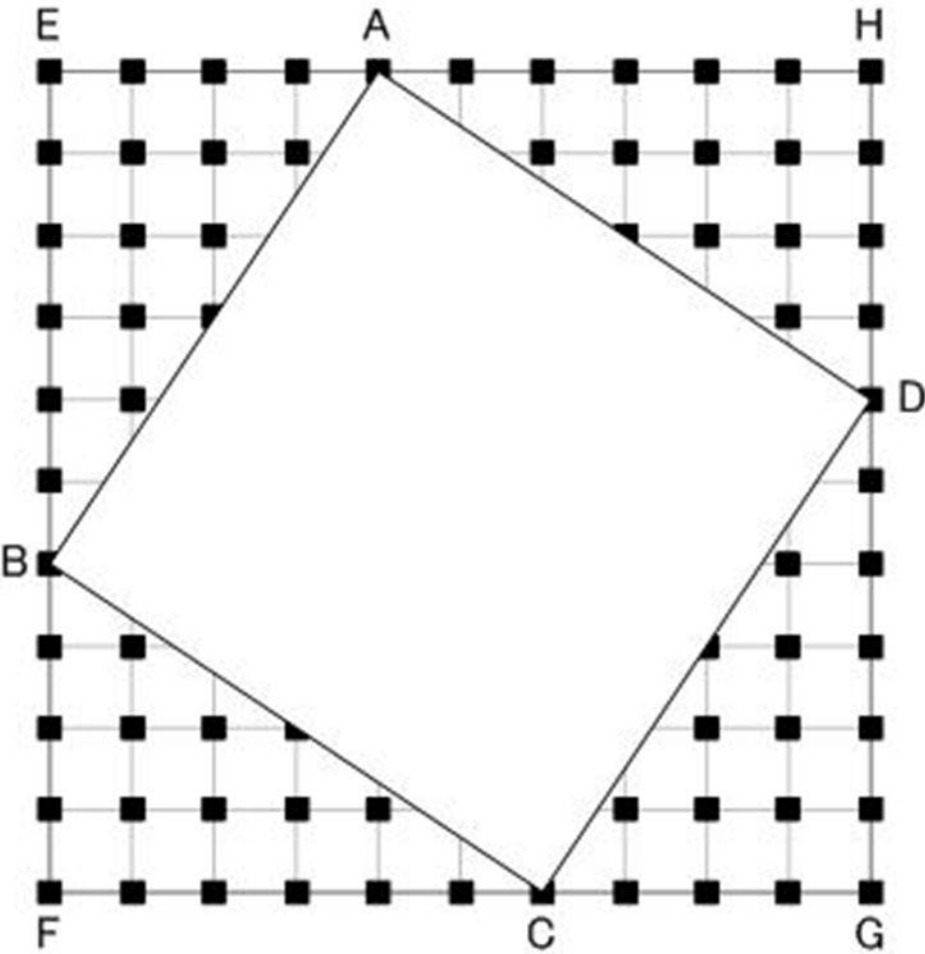
[目次へ](#)

A14 方眼紙上の図形

解答

(1) 正方形A B C Dは、図3のように正方形E F G Hから、三角形A E Bと合同な三角形4つの面積を除いたものです。

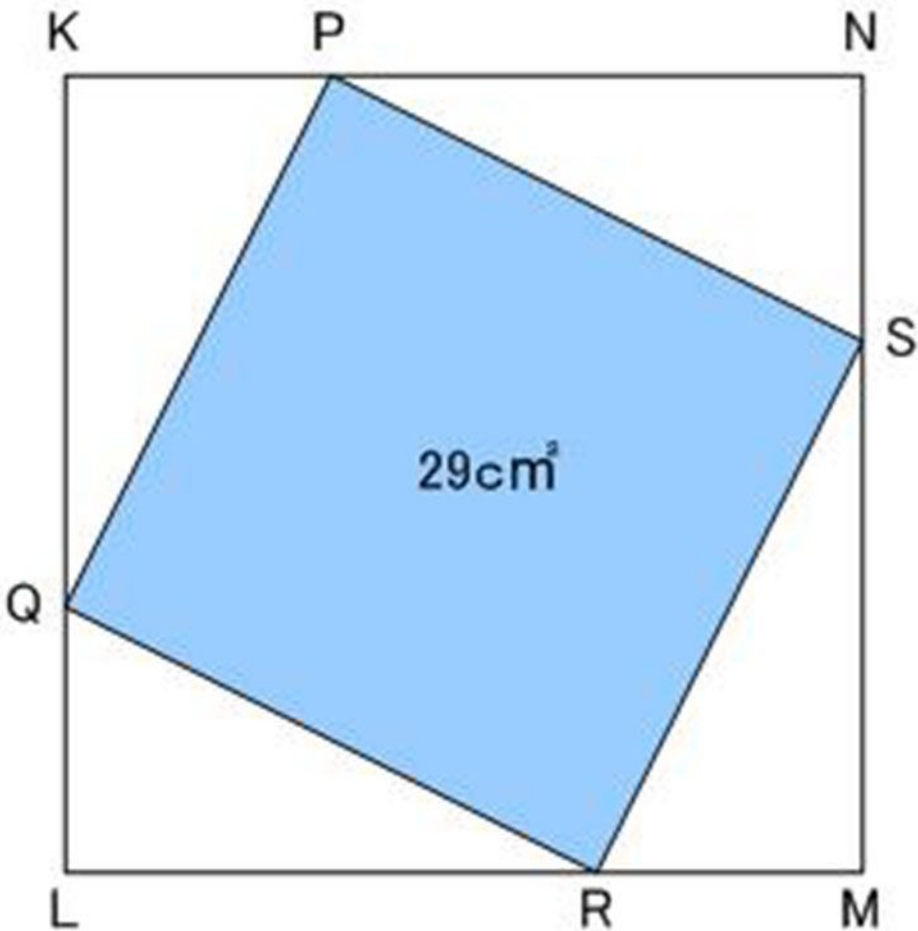
図3



よって、面積は、 $10 \times 10 - 4 \times 6 + 2 \times 4 = 52 \text{ cm}^2$ となります。

(2) 正方形P Q R Sの面積が 29 cm^2 なので、正方形の1辺の長さは整数にはなりません。(正方形P Q R Sの1辺は正方形E F G Hの1辺と平行になることはありません)
よって、正方形P Q R Sは図4のように正方形K L M Nの内部にあることになります。

図4



K, L, M, N, P, Q, R, Sは、すべて方眼紙の点上にあります。

正方形KLMNの1辺が10 cmのとき、正方形PQRSの面積が29 cm²になるかどうか調べてみると、

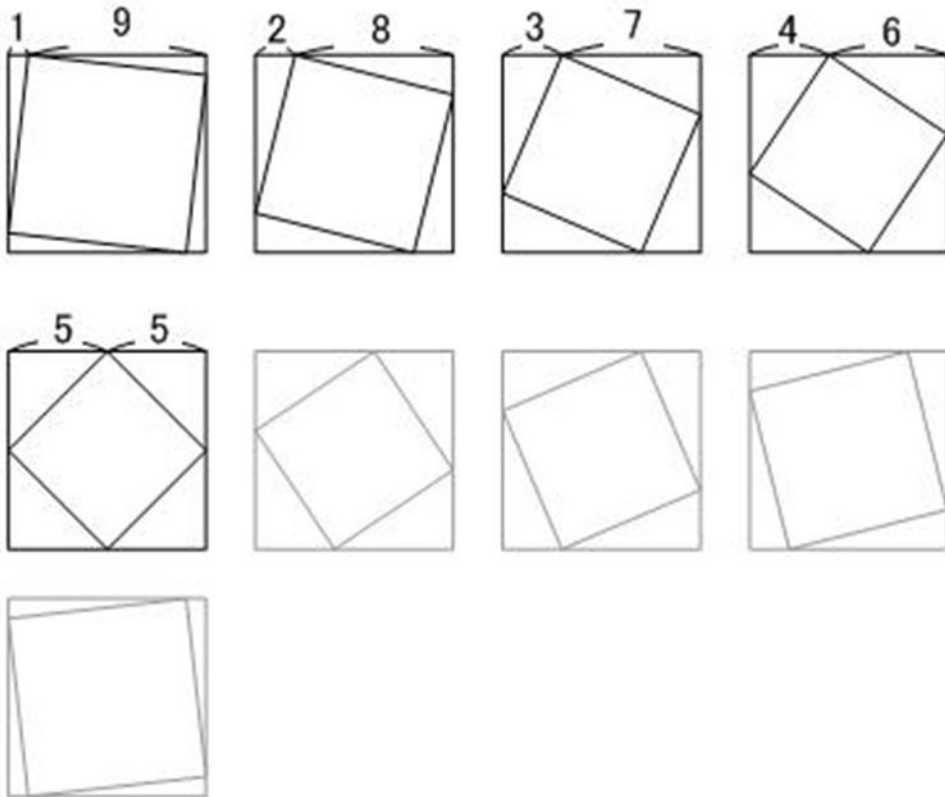
(KN=10 cmのとき、正方形PQRSの面積を調べると)

KP+PN=10 cm となるような点Pの位置 (KP, PNの組み合わせ)

(KP, PN) = (1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5), (6, 4), (7, 3), (8, 2), (9, 1)

以上の9通りあり、それぞれ下の図5のようになります。

図5



このとき、正方形PQRSの面積は、それぞれ

$$10 \times 10 - 1 \times 9 + 2 \times 4 = 100 - 18 = 82$$

$$10 \times 10 - 2 \times 8 + 2 \times 4 = 100 - 32 = 68$$

$$10 \times 10 - 3 \times 7 + 2 \times 4 = 100 - 42 = 58$$

$$10 \times 10 - 4 \times 6 + 2 \times 4 = 100 - 48 = 52$$

$$10 \times 10 - 5 \times 5 + 2 \times 4 = 100 - 50 = 50$$

$$10 \times 10 - 6 \times 4 + 2 \times 4 = 100 - 48 = 52$$

$$10 \times 10 - 7 \times 3 + 2 \times 4 = 100 - 42 = 58$$

$$10 \times 10 - 8 \times 2 + 2 \times 4 = 100 - 32 = 68$$

$$10 \times 10 - 9 \times 1 + 2 \times 4 = 100 - 18 = 82$$

このようにすると、

正方形KLMNの面積から正方形PQRSの面積（ 29 cm^2 ）を除き、

合同な4つの直角三角形の面積を求めればよいことに気づきます。

すなわち、 $10 \times 10 - \text{三角形の面積} \times 4 = 29$ という式が成り立つということです。

さらに、4つの三角形の面積は、 $KP \times PN + 2 \times 4 = KP \times PN + 2 \times 4$

となることから、

$10 \times 10 - KP \times PN \times 2 = 29$ が成り立つかどうかを調べればよいことになります。

$(KP, PN) = (1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5), (6, 4), (7, 3), (8, 2), (9, 1)$

という組み合わせなので、

$KP \times PN = 9, 16, 21, 24, 25$ の5通りです。

$10 \times 10 - KP \times PN \times 2 = 29$ より、

$KP \times PN \times 2 = 100 - 29 = 71$ となり、

$KP \times PN =$ 整数なので、2倍すると偶数にならなければ

なりませんが71は奇数です。

よって、これを満たす点Pはないことになります。

次に、 $KN = 9$ cmのときは、

$9 \times 9 - KP \times PN \times 2 = 29$ という式になります。

ここから、 $KP \times PN = (81 - 29) \div 2 = 26$ が条件となります。

$(KP, PN) = (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1)$

という組み合わせになり、 $KP \times PN = 8, 14, 18, 20$ の4通りありますが、

この中には、 $KP \times PN = 26$ となるものはないので、条件を満たしません。

次に、 $KN = 8$ cmのとき、

$8 \times 8 - KP \times PN \times 2 = 29$ という式になりますが、

$KN = 10$ cmのときと同様に、 $KP \times PN$ は整数ですので、29が奇数なので、この式を満たすことはできません。

($KN =$ 奇数 cmのときだけ調べればよいわけです)

$KN = 7$ cmのときは、

$7 \times 7 - KP \times PN \times 2 = 29$ という式になり、

$KP \times PN = (49 - 29) \div 2 = 10$ が条件です。

$(KP, PN) = (1, 6), (2, 5), (3, 4), (6, 1), (5, 2), (4, 3)$

という組み合わせから、

$(KP, PN) = (2, 5), (5, 2)$ のとき、 $KP \times PN = 10$ となり、条件を満たします。

$KN = 6$ cmのときは、調べるまでもなく、条件を満たしません。

($6 \times 6 - KP \times PN \times 2 = 29$ を満たせない)

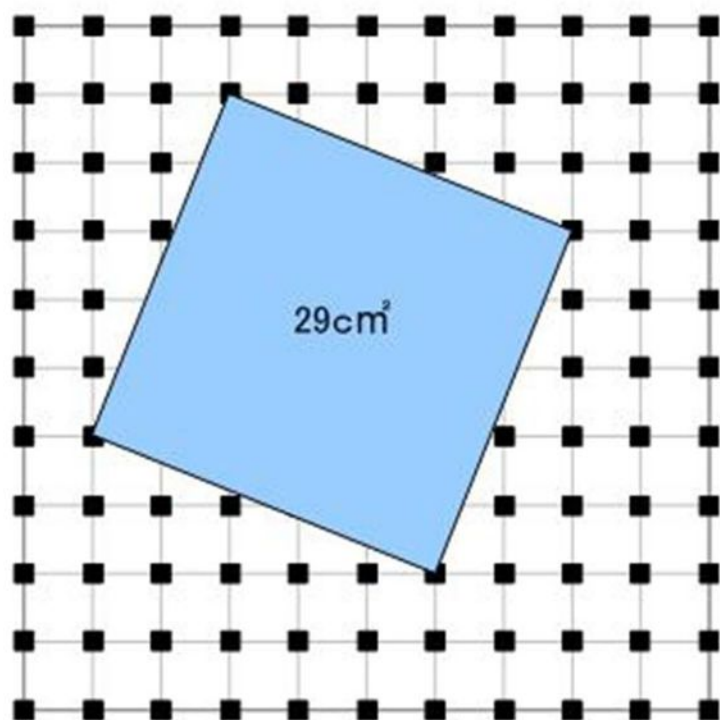
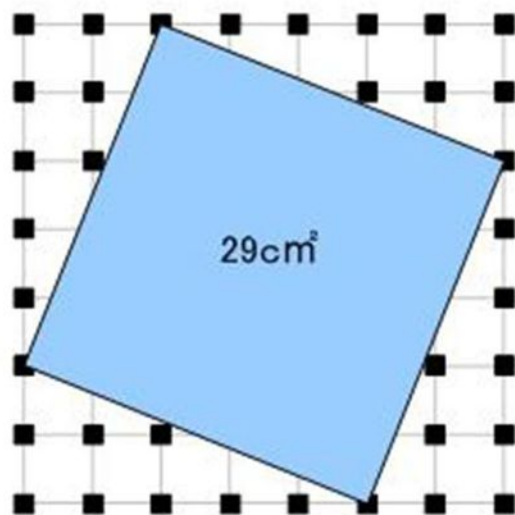
$KN = 5$ cmのときは、正方形KLMNの面積が $5 \times 5 = 25$ cm²で、

正方形PQRSの面積(29 cm²)より小さくなってしまいますので、

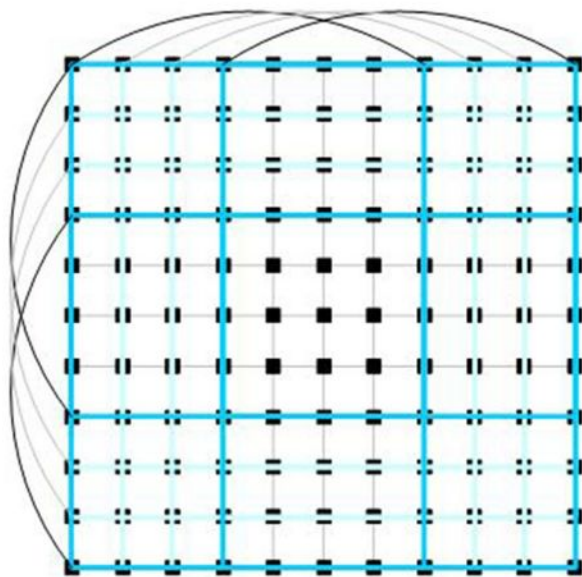
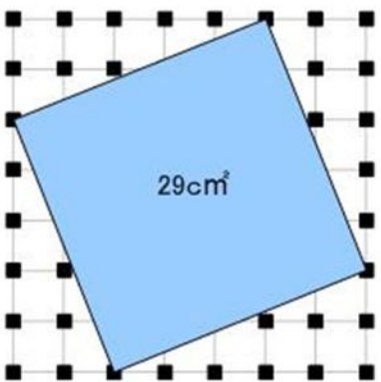
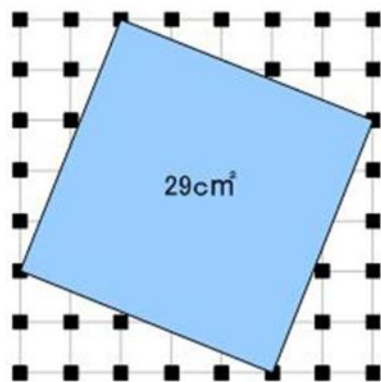
KN が5 cmより短いと正方形PQRSが存在できません。

正方形PQRSの例を図2に書き込むと、図6のようになります。

図6



(3) 正方形PQRSは、図7のように2通りできます。



さらに、正方形PQRSは1辺7cmの正方形KLMNの内部にあることから、10cm×10cmの方眼紙に7cm×7cmの正方形が

何通り描けるかを調べればよく、 $4 \times 4 = 16$ 通り描くことができることがわかります。

よって、正方形PQRSは、 $16 \times 2 = 32$ 通り描くことができます。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A15 記号×数の性質×場合の数

解答

(1) 一の位、十の位、百の位、千の位、すべて1か2の2通りの

数字を組み合わせるので、 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ 通りの整数を作ることができます。

(2) 4けたの整数Xを、「ABCD」と考えます。

すると、 $X \times 1111 = ABCD \times 1111 = ABCD$ となります。

整数ABCDが3の倍数のとき、 $A + B + C + D = 3$ の倍数です。

A, B, C, Dは「1」、「2」のどちらかなので、4つの数字が

「1, 1, 2, 2」のときだけ、 $1 + 1 + 2 + 2 = 6$ で、3の倍数になり、

このときの「A, B, C, D」の組み合わせは、

1と1がとなり合っているもの $\rightarrow 1122, 2112, 2211$

1と1がはなれているもの $\rightarrow 1221, 1212, 2121$ 以上6通りとなります。

(3) 4けたの整数Yについて、同様に「ABCD」としてみます。

$1212 \times Y = 1212 \times ABCD = A \times 2 \times B \times C \times 2 \times D$ となります。

これが3の倍数なので、 $A + 2 \times B + C + 2 \times D = 3$ の倍数です。

A, B, C, Dは「1」か「2」のどちらかなので、 $2 \times B, 2 \times D$ は、「2」か「4」ですね。

いろいろ解き方はあると思いますが、 $2 \times B, 2 \times D$ の値によって考えてみます。

B, Dが共に1のとき、 $2 \times B + 2 \times D = 2 + 2 = 4$ なので、

$A + C = 2$ ならば、合計して $4 + 2 = 6$ で3の倍数になります。

よって、 $(A, C) = (1, 1)$ となればよく、1111があてはまります。

B, Dの片方が1、片方が2のとき、 $2 \times B + 2 \times D = 6$ になるので、

$A + 2 \times B + C + 2 \times D = 3$ の倍数になるためには、 $A + C$ も3の

倍数になればよく、 $(A, C) = (1, 2)$ または $(2, 1)$ です。

よって、1122、2112、1221、2211があります。

最後に、B, Dが共に2のとき、 $A + 2 \times B + C + 2 \times D = 3$ の倍数になるのは、

$2 \times B + 2 \times D = 8$ なので、 $A + C = 4$ のときで、

$(A, C) = (2, 2)$ で、2222があてはまります。

よって、 $Y = 1111, 1122, 2112, 1221, 2211, 2222$ の6通りが考えられます。

(4) 1111、1212、X、Yから、どの2つを組み合わせで計算しても3の倍数になるので、当然 $1111 \times 1212 = 1212$ で3の倍数です。

$X \times 1111$ を満たすXは(2)の6通りでした。

$1212 \times Y$ を満たすYは(3)の6通りでした。

確認することは、 $X \times Y$ の結果が3の倍数かどうか、 $X \times 1212$ の結果が3の倍数かどうか

$Y \times 1111$ の結果が3の倍数かどうか の3つについてです。

まず、簡単な $Y \times 1111$ について調べます。

$Y = 1111, 1122, 2112, 1221, 2211, 2222$ なので、

$Y * 1111 = 1111, 1122, 2112, 1221, 2211, 2222$ となり、

3の倍数となるのは、1122、2112、1221、2211 の4通りです。

次に、 $X * 1212$ について調べます。

$X = 1122, 2112, 2211, 1221, 1212, 2121$ で、

計算結果は順に1224、2214、2412、1422、1414、2222

となり、Xのうち1212、2121のときは3の倍数になりません。

よって、 $X = 1122, 2112, 2211, 1221$ の4通りに限られます。

最後に、 $X * Y$ について調べます。

$X = 1122, 2112, 2211, 1221$

$Y = 1122, 2112, 1221, 2211$

ここで、XよりもYの方が大きい整数という条件があるので、

小さい順に並べてみましょう。

$X = 1122, 1221, 2112, 2211$

$Y = 1122, 1221, 2112, 2211$ まったく同じ整数ですね。

$X * Y$ について必要な場合を計算すると（合計6通り）

$1122 * 1221 = 1242 \dots 3$ の倍数

$1122 * 2112 = 2124 \dots 3$ の倍数

$1122 * 2211 = 2222$

$1221 * 2112 = 2222$

$1221 * 2211 = 2421 \dots 3$ の倍数

$2112 * 2211 = 4212 \dots 3$ の倍数

以上より、(X, Y)の組み合わせとして成り立つのは、

(1122、1221)、(1122、2112)、(1221、2211)、(2112、2211)

以上の4通りとなります。

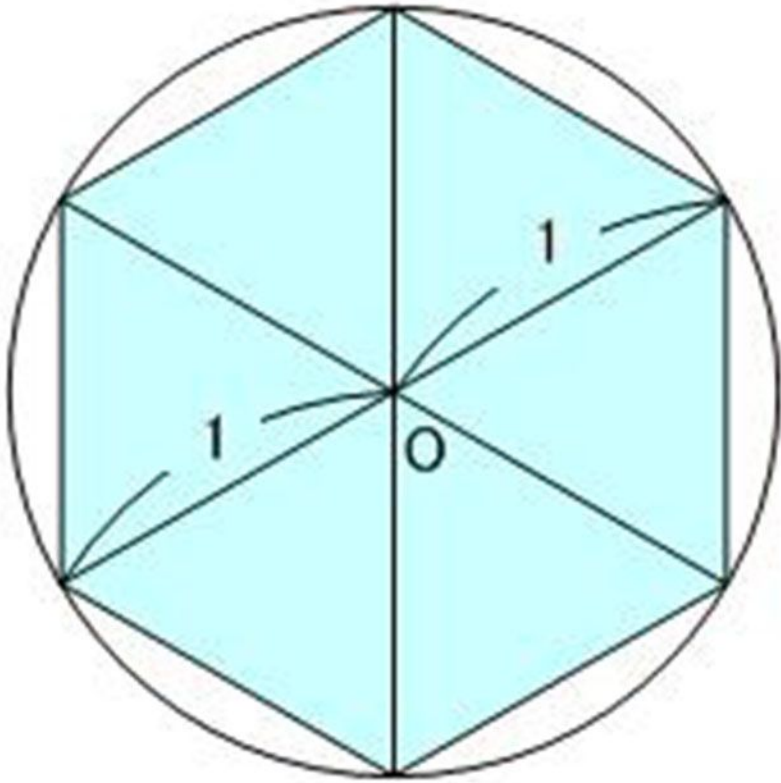
[問題を見る](#) [目次へ](#)

A16 円周率とは

解答

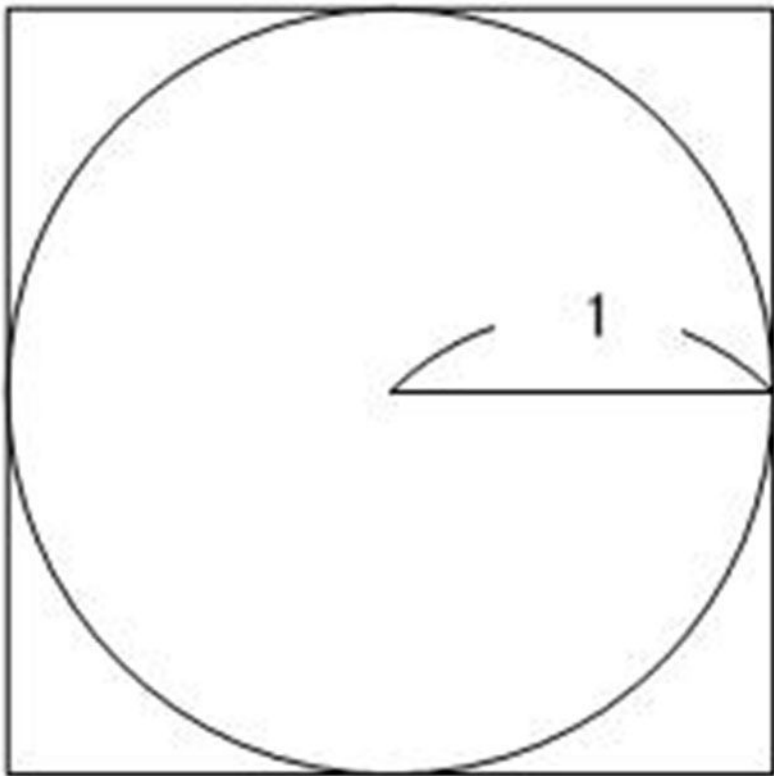
- (1) 円周率とは、円の円周の長さが直径の長さの何倍であるかを表しています。
- 直径の長さ×円周率＝円周の長さ という式からわかるように、直径の3・14・・・倍が、円周の長さに等しいというのが、円の性質です。
- よって、①には、円周（の長さ）、②には、直径（の長さ）という言葉があてはまります。
- (2) 正六角形は6個の正三角形に分けて考えることができ、図3のように正三角形の1辺の長さを1とすると、円の直径は2、正六角形の周囲の長さは6と考えることができます。

図3



- ここで、直径＝2、正六角形の周囲の長さ＝6、ということから
- (1) の直径×円周率＝円周という関係からすると、2×円周率＝円周の長さとなります。
- 図より、円周の長さは正六角形の周囲の長さよりも長いので、円周率＝3のとき、2×3＝6ですが、6よりも円周の長さが大きいわけですから、円周率は3より大きいことになります。
- (3) 円周率が4ということは、直径の4倍のものを考えると、直径と同じ長さの辺を4つ持つ、図4のような正方形を思い浮かべることができ、これで直径の長さ×4ができあがります。

図4



すると、直径の長さ×円周率＝円周の長さ という式と、直径の長さ（＝2）×4＝8 という式を比べると、円周の長さは、正方形の周囲の長さ（＝8）より短いので、円周率は、4より小さいことになります。

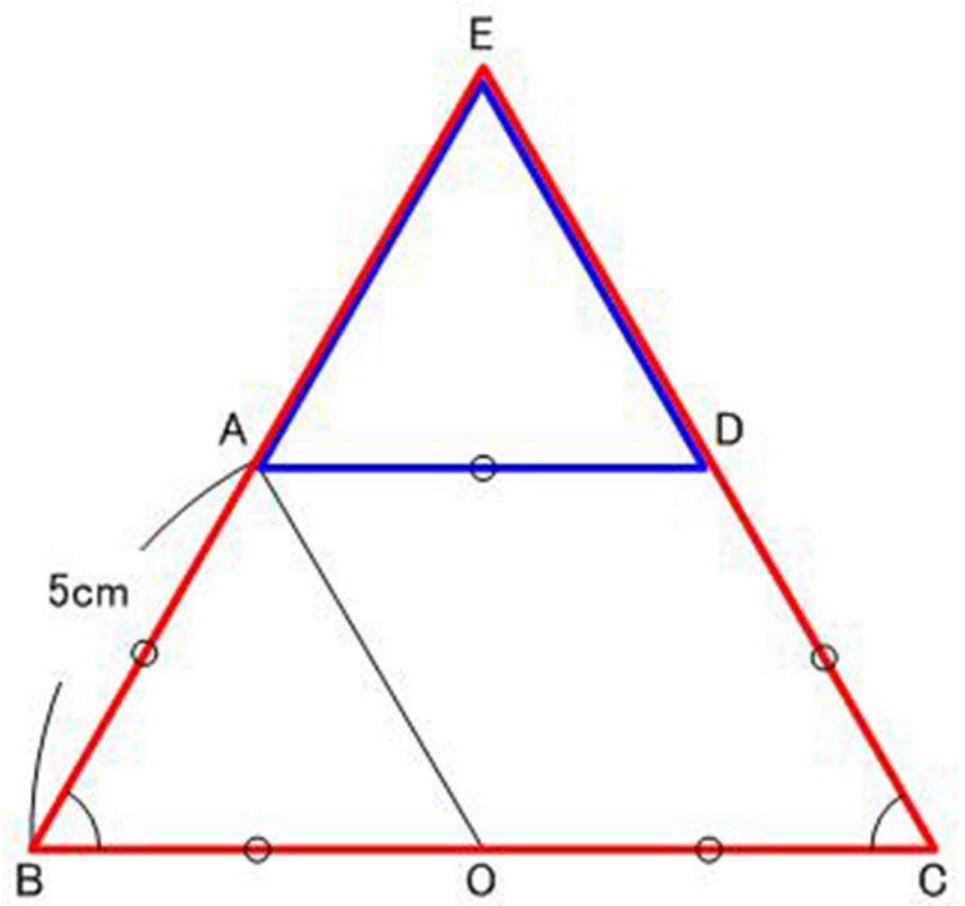
[問題を見る](#) [目次へ](#)

A17 等脚台形

解答

台形 $ABCD$ は等脚台形なので、 $\angle B = \angle C$ です。

また、 BA 、 CD を延ばし、交点を E とすると、下の図のように三角形 EAD と三角形 ECB は相似で、



相似比 $= AD : BC = 1 : 2$ となり、 $AB = 5\text{ cm}$ なので、 $EA = ED = 5\text{ cm}$ と求められ、このことから三角形 EAD は正三角形ということがわかります。

よって、三角形 ECB も正三角形なので、 $\angle B = \angle C = 60^\circ$ です。

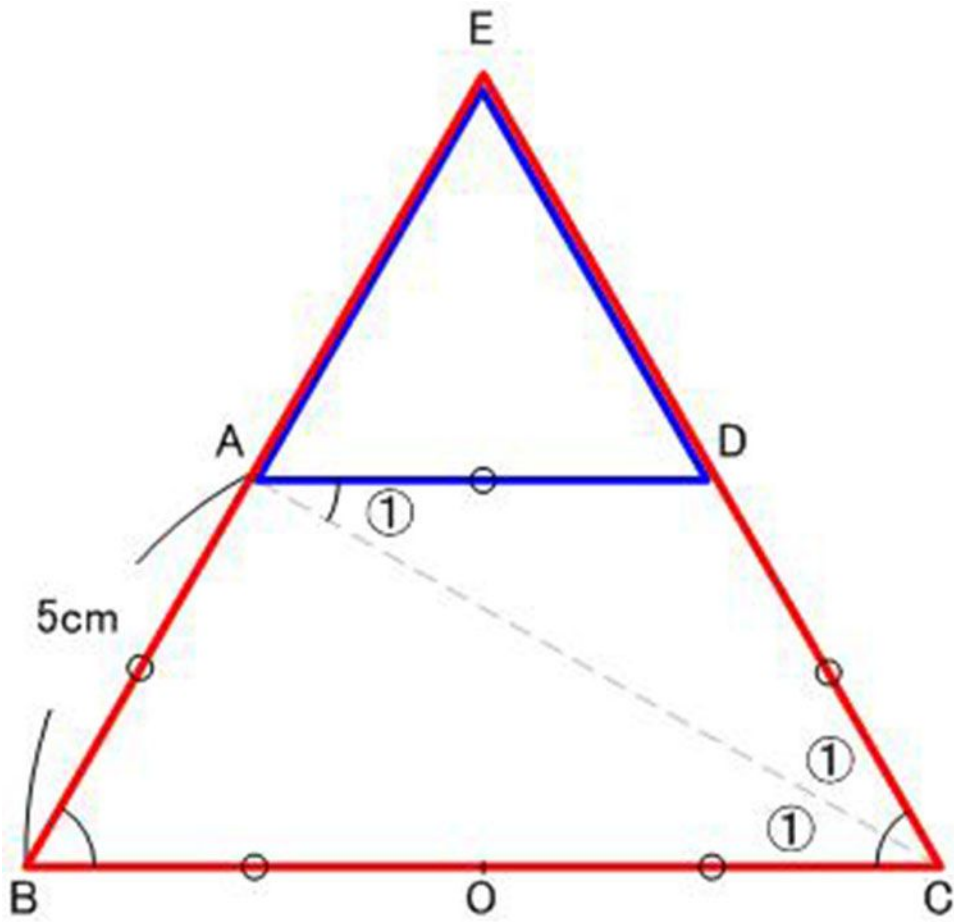
三角形 ABO は二等辺三角形で、 $\angle B = 60^\circ$ なので、三角形 ABO も正三角形とわかり、このことから、 $AO = 5\text{ cm}$ とわかります。

なお、同様に $OD = 5\text{ cm}$ ということも求められ、三角形 AOD 、三角形 DOC も正三角形で、三角形 ABO と台形 $ABCD$ の面積比 $= 1 : 3$ とわかります。

A18 等脚台形の角度

解答

長方形の内側の台形は等脚台形で、台形 $ABCD$ とし、下の図のように BA 、 CD を延ばした交点を E とすると、三角形 ADC は二等辺三角形なので、 $\angle DCA = \textcircled{1}$ また、錯角により $\angle ACB$ もまた $\textcircled{1}$ と同じ大きさになります。



次に、三角形 EAD と三角形 EBC は相似なので、相似比 $= AD : BC = 1 : 2$ となり、 $AB = 5\text{ cm}$ なので、 $EA = ED = 5\text{ cm}$ と求められ、このことから三角形 EAD は正三角形ということがわかります。

三角形 EBC も正三角形なので、 $\angle B = \angle C = 60^\circ$ で、 $\angle \textcircled{1} = 60 \div 2 = 30^\circ$ となります。

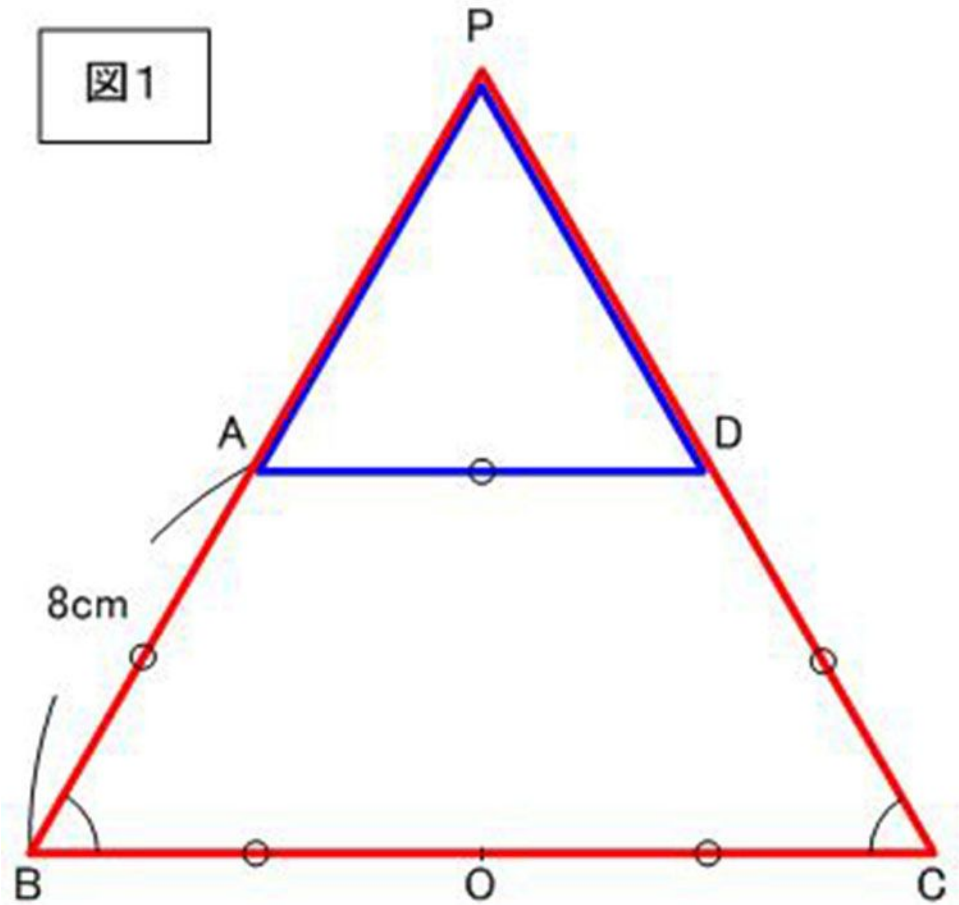
$\angle \textcircled{2}$ を含む二等辺三角形の頂角 $= 90 - 60 = 30^\circ$ なので、 $\angle \textcircled{2} = (180 - 30) \div 2 = 75^\circ$ となります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A19 等脚台形を利用した図形の回転

解答

(1) 台形 $ABCD$ は等脚台形なので、 $\angle B = \angle C$ です。
また、 BA, CD を延ばし、交点を P とすると、下の図1のように三角形 PAD と三角形 PBC は相似で、



相似比 $= AD : BC = 1 : 2$ となり、 $AB = 8\text{ cm}$ なので、 $PA = PD = 8\text{ cm}$ と求められ、このことから三角形 PAD は正三角形ということがわかります。

よって、三角形 PBC も正三角形なので、 $\angle B = \angle C = 60^\circ$ です。

三角形 OAB, OCD は共に二等辺三角形で、 $\angle B = \angle C = 60^\circ$

なので、三角形 OAB, OCD も正三角形とわかり、このことから、

$OA = OD = 8\text{ cm}$ と求まり、台形 $ABCD$ は、図2のように、3個の正三角形 OAB, ODA, OCD から構成されていることがわかります。

図2

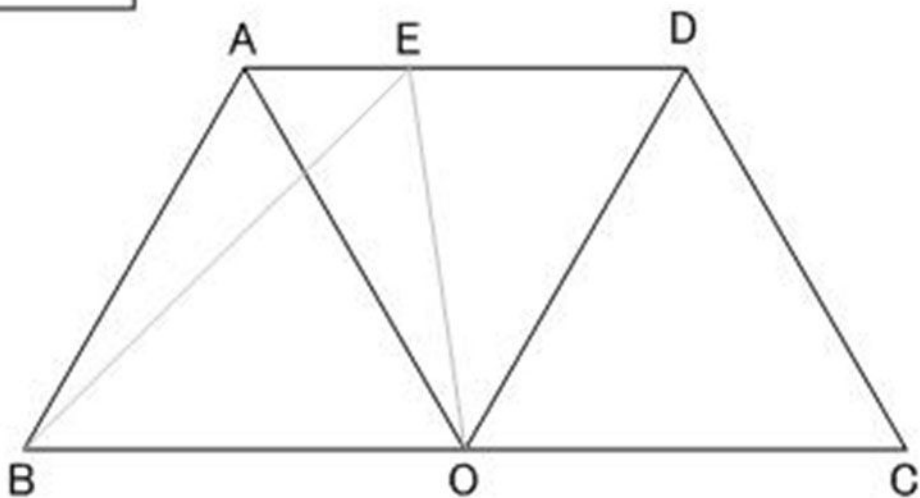
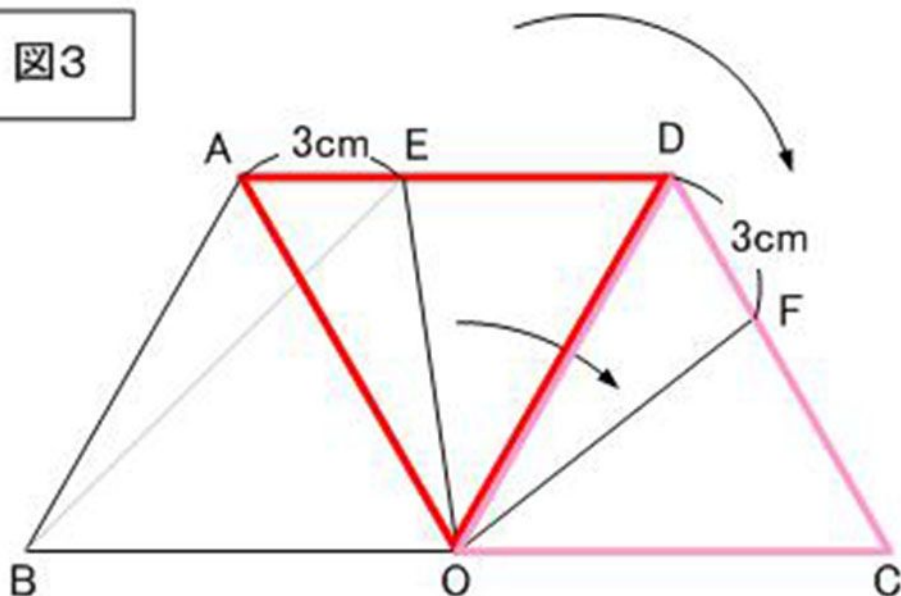


図2をよく見ると、三角形OABを60度時計回りに回転させると三角形ODAの位置に。

三角形ODAを60度時計回りに回転させると、三角形OCDの位置に来る、というイメージが見えます。

三角形ODAを60度回転させると、三角形OCDの位置にくるので、そのとき点Eはどこの位置にくるかという
と、下の図3のように、 $DF = 3\text{ cm}$ となる点Fの位置になります。

図3



OE がどこへ回転するかを考えるだけでなく、OE を含む三角形ODAの回転を考えるとよいでしょう。

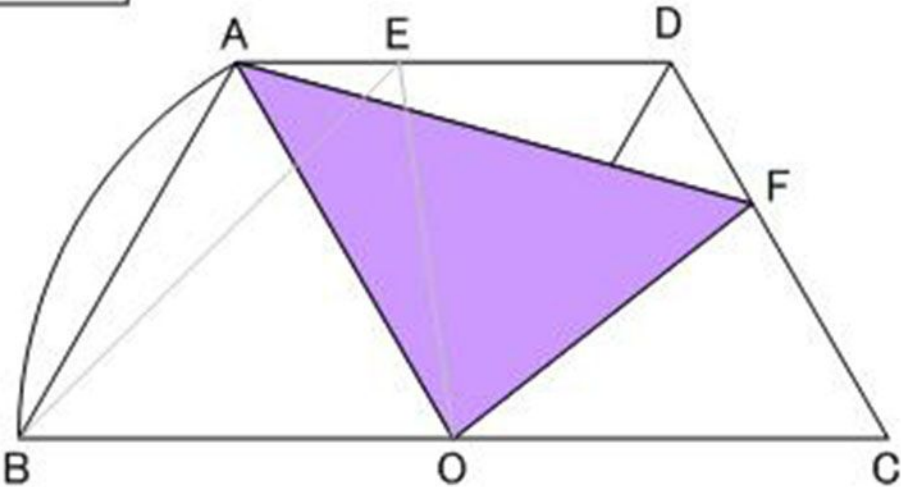
三角形OAE と三角形ODFについては、 $OA = OD$ 、 $AE = DF$ 、 $\angle OAE = \angle ODF$ なので合同で、当然ながら
 $OE = OF$ と証明されます。

ここで、OE からOF まで、どれくらい回転したのか、回転角度＝角EOF＝角EOD＋角DOF となります。

ここで、角DOF＝角AOE なので、角EOD＋角DOF＝角EOD＋角AOE＝角AOD＝60度です。

すなわち、三角形OBEが60度回転すると、点E はCD上の点Fまで移動することがわかります。

図4



回転角度がわかったので、辺OBを60度回転させてみましょう。

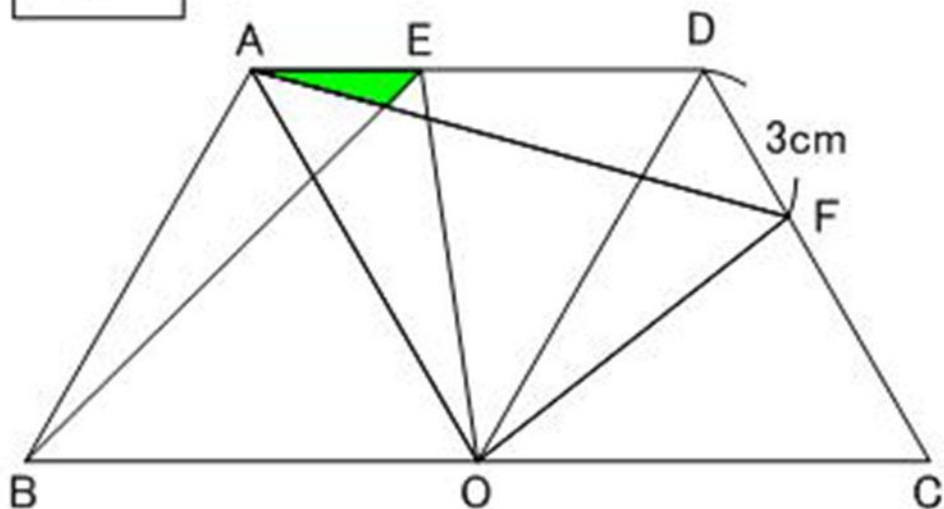
すると、角AOB＝60度なので、点Bは、点Aの位置に移動し、図4のように三角形OAFに、三角形OBEは移動することになります。

移動先がわかったので、問題の通過部分について調べます。

辺OBは、回転させると扇形OABの部分を通るので、三角形OABの部分はすべて通ります。

よって、四角形ABOEのうち、三角形OBEが通らない部分は、下の図5の色のついた部分ということになります。

図5



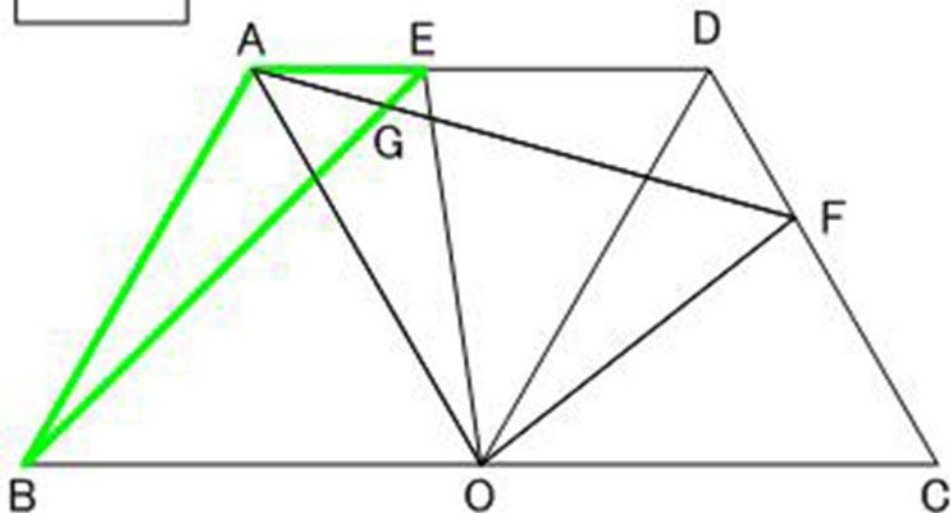
(2) AFとBEの交点をGとします。

三角形OBEの面積は、等積移動させて正三角形OABの面積と等しいので、正三角形と三角形AEGの面積比を求めていきます。

すると、三角形ABEにおいて、BG:GEを求めればよさそうです。

なぜなら、三角形ABEは、等積変形によって、三角形AOEと等しくなり、AE:ED=3:5より、これは正三角形の3/8の面積に相当するからです(図6)

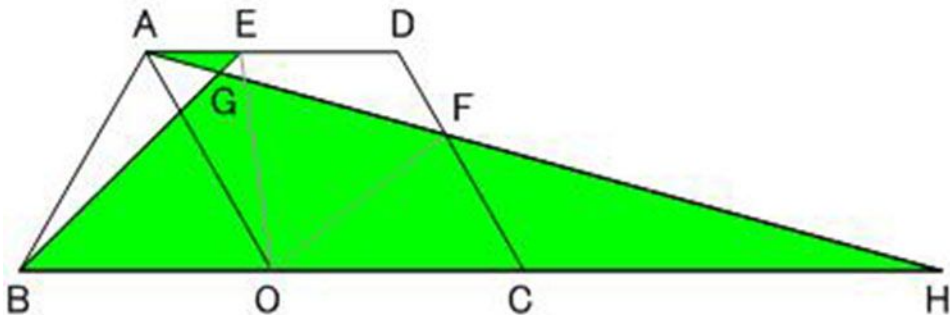
図6



BG : GE の比を求めるには、AE と BC が平行であることを利用して AF と BC の交点を H とすると、三角形 AEG と三角形 HBG が相似に

なるので、 $BG : GE = BH : AE$ より求めることができます (図7)

図7



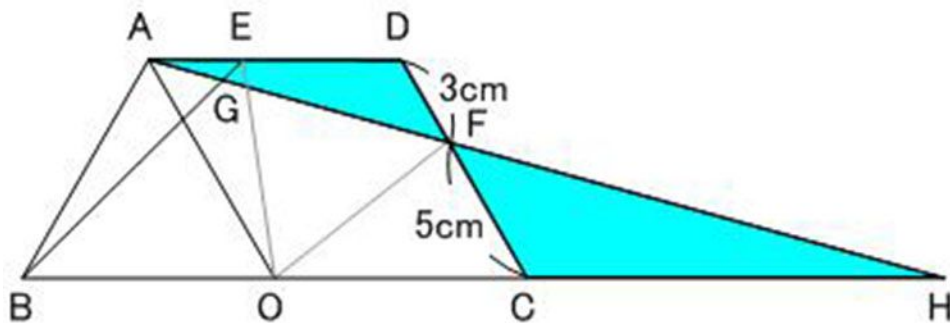
そこで、BH を求めなければなりません。

BH のうち、 $BC = 16 \text{ cm}$ とわかっていますので、CH を求めます。

ここで、図8のように、三角形 ADF と三角形 HCF が相似である

ことを利用すると、 $DF = 3 \text{ cm}$ 、 $FC = 5 \text{ cm}$ なので、

図8



$AD : CH = 3 : 5$ という比であることがわかり、 $AD = 8 \text{ cm}$ より、 $CH = 8 + 3 \times 5 = 40/3 \text{ (cm)}$ です。

よって、 $BH = 16 + 40/3 = 88/3 \text{ (cm)}$ です。

ゆえに、 $BH : AE = 88/3 : 3 = 88 : 9$ なので、 $BG : GE = 88 : 9$ とわかります。

三角形 AEG は、三角形 ABE の $9/97$ で、

三角形 ABE は、三角形 OBE の $3/8$ なので、

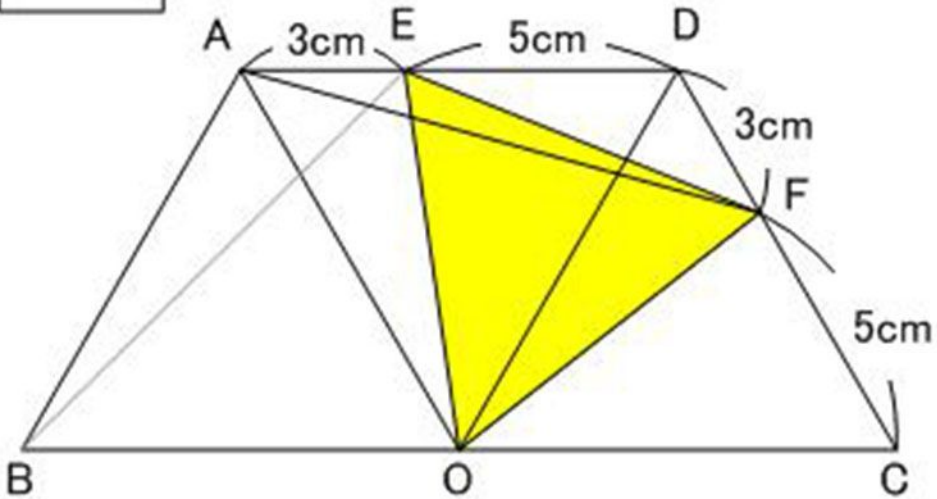
三角形 AEG は、三角形 OBE の $3/8 \times 9/97 = 27/776$ (倍) となります。

(3) (1)より、三角形OEFは正三角形です。

また、三角形OAEと三角形ODFは合同なので、四角形OEDFの面積は、正三角形OADの面積と等しいことがわかります。

このことを利用すると、正三角形OEFの面積は、四角形OEDFから、三角形DEFの面積を除いたもの、すなわち正三角形OADの面積から、三角形DEFの面積を除いたものとなります。

図9



三角形DEFの面積は、正三角形の面積の $(\frac{3}{8}) \times (\frac{5}{8}) = \frac{15}{64}$ に相当するので、正三角形OEFの面積は、正三角形OADの面積の、 $1 - \frac{15}{64} = \frac{49}{64}$ になります。

すなわち、面積比が、 $1 : \frac{49}{64}$ です。

これは、相似比が、 $1 : \frac{7}{8}$ ということを示しています。

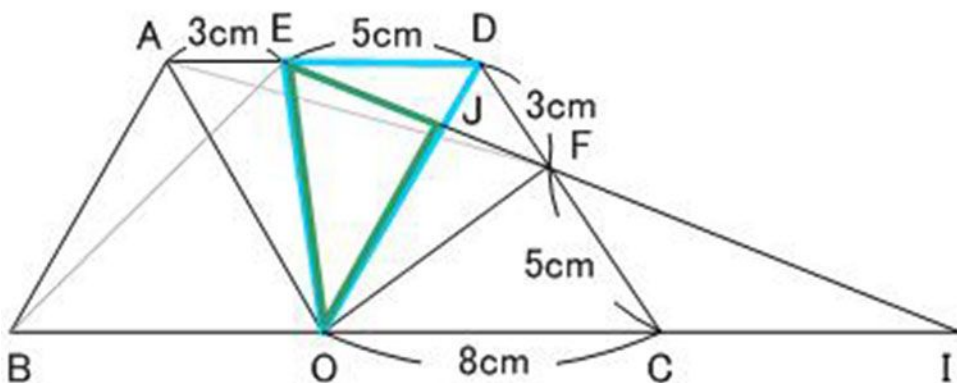
よって、正三角形OADの1辺が8cmなので、正三角形OEFの1辺は7cmということです。

よって、 $OE = 7$ cmとわかります。

<別解>

三角形OEFが正三角形なので、ODとEFの交点をJとすると、図10の三角形OEJと三角形OEDは、角度がすべて等しいので相似であることがわかります。

図10



すると、 $OE : OJ = OD : OE$ という比が成り立ちます。

$OD = 8 \text{ cm}$ とわかっているので、 OJ の長さを求めるため、 EF の延長と OC の延長の交点を I とすると、
 三角形 DEF と三角形 CFI は相似で、相似比は $DF : FC = 3 : 5$ とわかります。

よって、 $CI = ED + 3 \times 5 = 25/3 \text{ cm}$ と求められ、三角形 EDJ と三角形 IOJ が相似なことから、
 $DJ : OJ = ED : OI = 5 : 8 + 25/3 = 5 : 49/3 = 15 : 49$

よって、 $OJ = 8 \div (15 + 49) \times 49 = 49/8 \text{ (cm)}$ と求めることができます。

$OE : OJ = OD : OE$ に数値を入れると、 $OE : 49/8 = 8 : OE$ となります。

よって、 $OE \times OE = 8 \times 49/8 = 49$ となり、 $OE = 7 \text{ (cm)}$ と求められます。

[問題を見る](#)

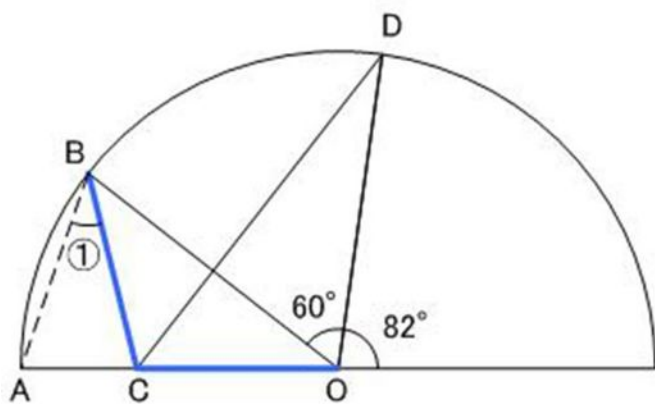
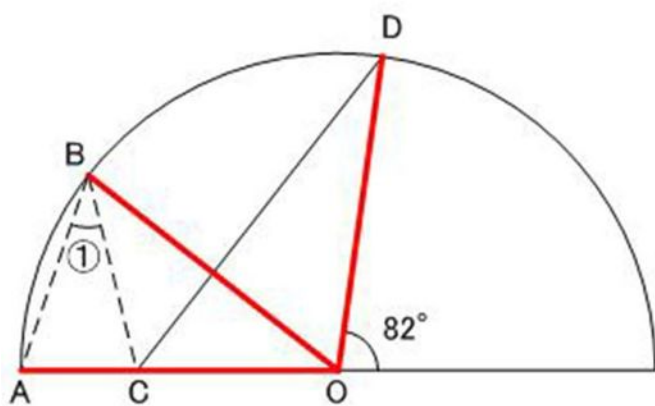
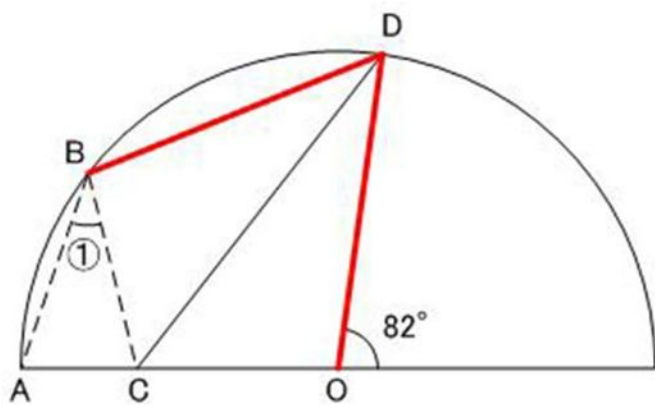
[目次へ](#)

A20 折った図形の角度

解答

CD を折り目とすると、点 B と O が重なるので、 $BD=OD$ です。

また、 $OD=OB=OA$ =半径の長さなので、下図のように、三角形 OBD は正三角形ということがわかります。



また、 $CB=OC$ から、三角形 COB は二等辺三角形なので、 $\angle COB = \angle BCO = 180 - (60 + 82) = 38^\circ$ とわかります。

三角形 OAB も二等辺三角形なので、

① $= (180 - 38) \div 2 - 38 = 33^\circ$ と求められます。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A21 乗車率

解答

(1) 安易に $120 - 15 = 105\%$ とすると間違いです。

乗車率 120% ということは、座席数 100 に対して 120 人が電車に乗っている状態です。

120 人のうち 15% が降りると、 85% が残ることなので、 $120 \times 0.85 = 102$ 人の人が乗っている状態になります。

$120 - (120 \times 0.15) = 120 - 18 = 102$ と計算してもよいです。

よって、乗車率は 102% となります。

(2) 元の状態から、座席を 80 増やした状態への変化を下図1に表しました。

図1



乗客数は変わっていないので、乗客数を□とすると、乗客数の $\frac{17}{117}$ と、 $\frac{5}{105} + 80$ が等しいので、 $\square \times \frac{17}{117} = \square \times \frac{5}{105} + 80$ という式ができます。

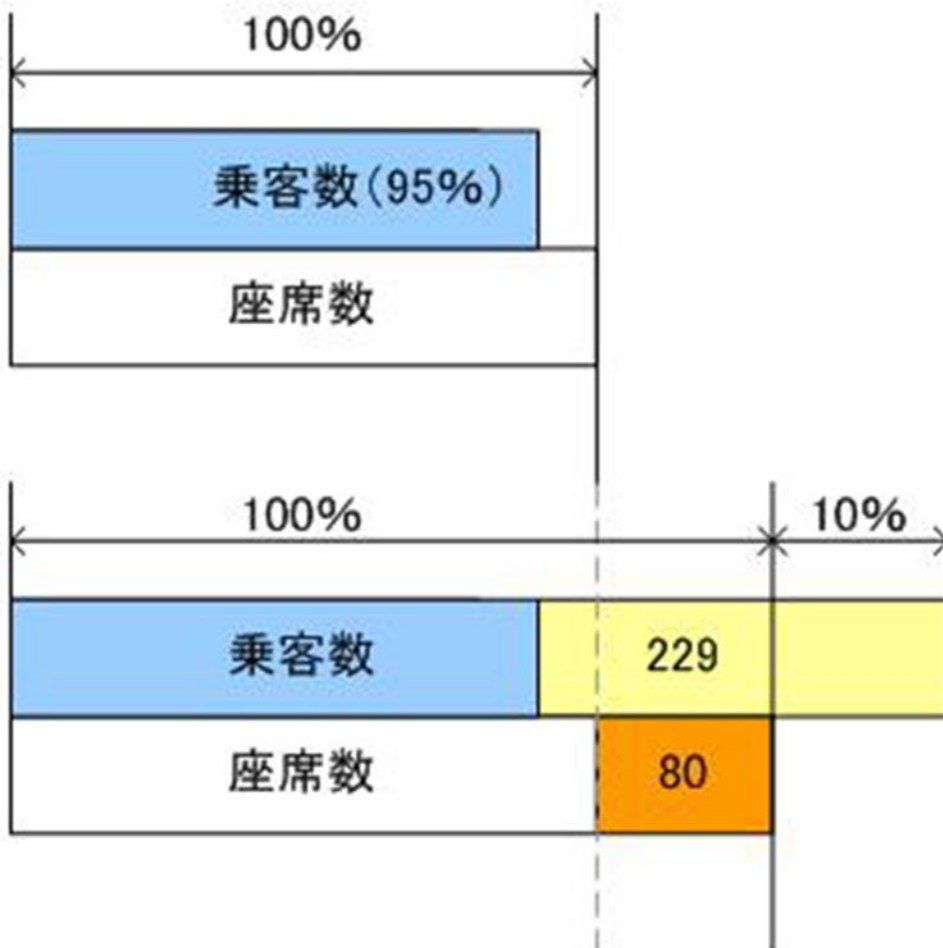
$\square \times (\frac{17}{117} - \frac{5}{105}) = 80$ となって、これを解くと $\square = 819$ となり、乗客が819人だとわかります。

<別解>

元の電車の座席数を基準にすると、 $\square \times 100 / 117 = \square \times 100 / 105 - 80$ という式が成り立ち、これを解いて819人と求めることもできます。

(3) 客車をつなぐ前と後を、(2)のように図で表すと、下の図2のようになります。

図2



図の青い部分の乗客数を、客車をつなぐ前の電車の座席数を \square として表すと、青い乗客数 $=\square \times 95 / 100$ です。

客車をつないだ後の電車の状態から、青い乗客数 $=(\square + 80) \times 110 / 100 - 229$ と表せます。

よって、 $\square \times 95 / 100 = (\square + 80) \times 110 / 100 - 229$

$\square \times 15 / 100 = 229 - 88 = 141$ より、 $\square = 940$ で、

電車の座席数は940だったことがわかります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A22 お菓子の詰め合わせ

解答

10個のお菓子が、どのような内訳になっているか考えます。

3種類のお菓子が

(2個、2個、6個)

(2個、3個、5個)

(2個、4個、4個)

(3個、3個、4個)

という袋が考えられます。

(ガム、キャラメル、チョコレート)という順に個数を表すと、

(2, 2, 6)、(2, 6, 2)、(6, 2, 2)

(2, 3, 5)、(2, 5, 3)、(3, 2, 5)、(3, 5, 2)、(5, 2, 3)、(5, 3, 2) → $3 \times 2 \times 1 = 6$ 種類

(2, 4, 4)、(4, 2, 4)、(4, 4, 2)

(3, 3, 4)、(3, 4, 3)、(4, 3, 3)

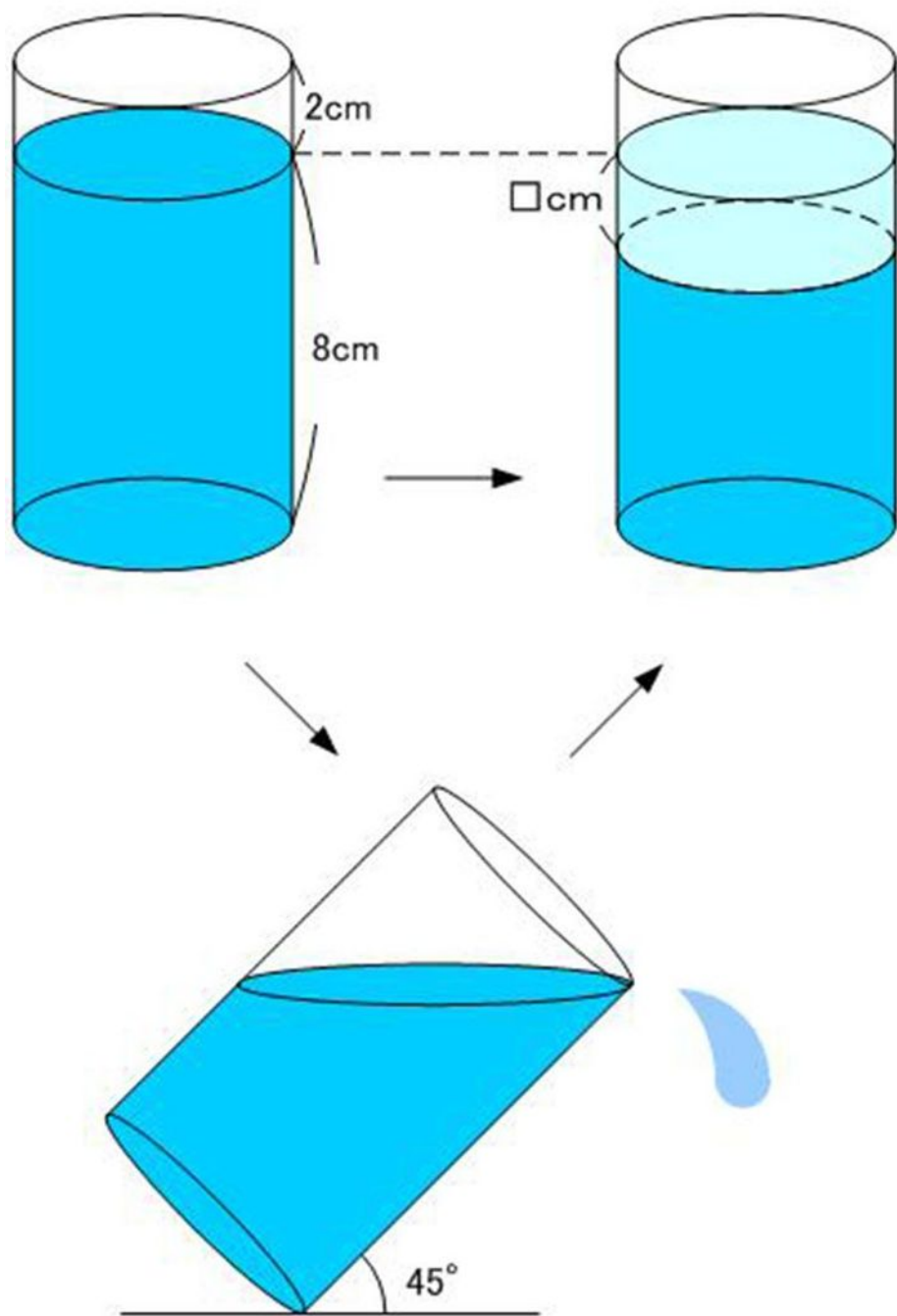
以上、 $3 + 6 + 3 + 3 = 15$ 種類を作れます。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A23 こぼれた水の体積

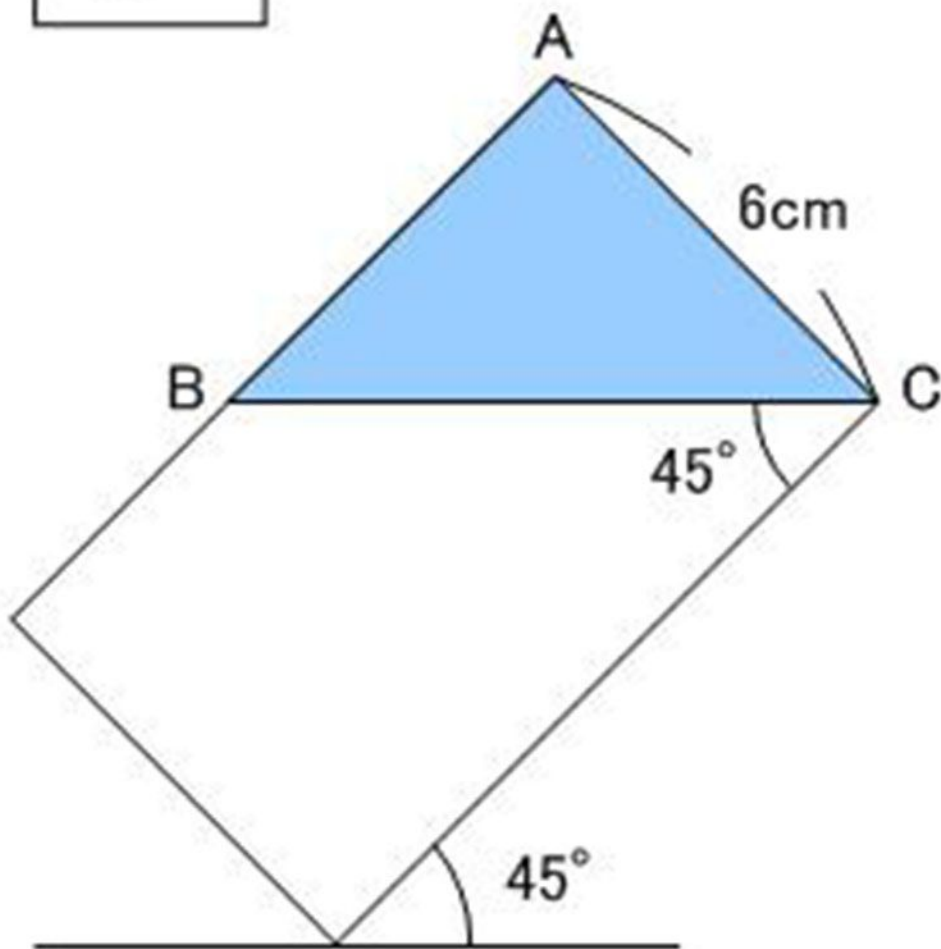
解答

容器の様子を図に描いてみると、下の図1のようになります。



ここで注目すべきは水がこぼれたときの図で、水がこぼれたとき、容器を真横から見ると、下の図2のようになっていることで、

図2



三角形ABCは直角二等辺三角形となっているので、 $AB = AC = 6\text{ cm}$ となります。

このとき水のない部分の体積は、高さ $= AB = 6\text{ cm}$ の円柱の体積の半分に等しいことになるので、

$$3 \times 3 \times 3 \cdot 1.4 \times (6 \div 2) = 3 \times 3 \times 3 \cdot 1.4 \times 3$$

円柱の容器の上から 3 cm に水がないことになり、元から上から 2 cm は水がなかったので、

こぼれた水は 1 cm 分とわかり、その体積は

$$3 \times 3 \times 3 \cdot 1.4 \times 1 = 28.26\text{ cm}^3 \text{ となります。}$$

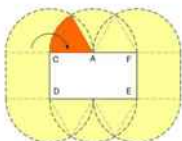
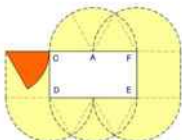
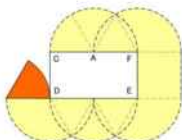
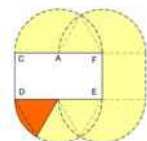
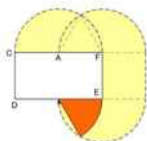
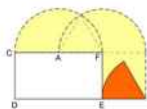
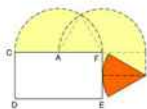
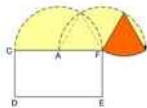
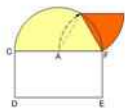
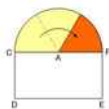
[問題を見る](#)

[目次へ](#)

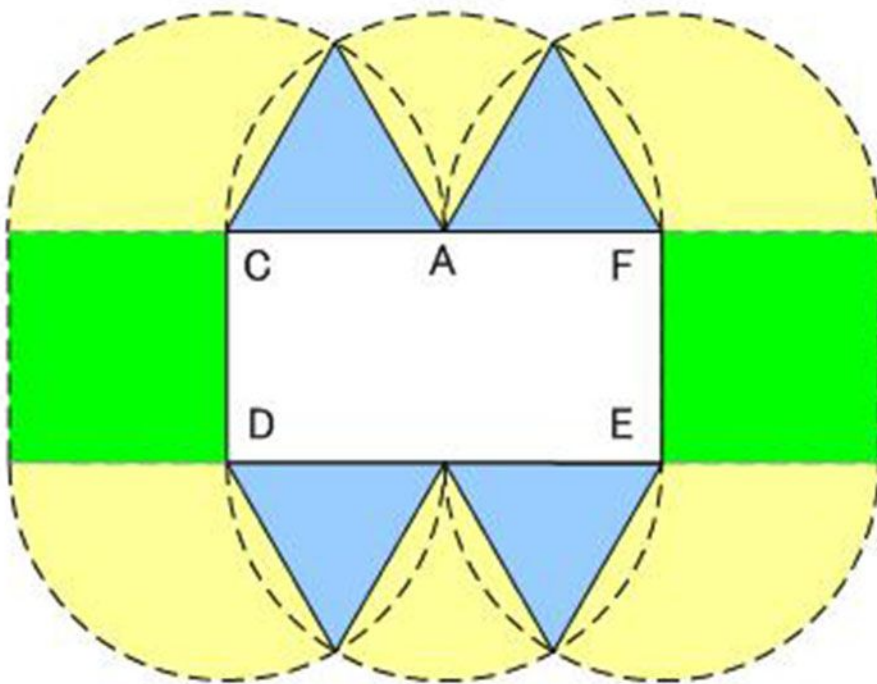
A24 図形の移動

解答

(1) 扇形が通る部分を図示すると下の図のようになります。



(2) 扇形が通る部分は、下の図のように3つの部分に分類でき、三角形ABC(正三角形)と同じものが青い部分で、4個あります。



黄色い扇形の部分は、中心角の合計が $120 \times 4 + 60 \times 2 = 60 \times 10$ なので、扇形ABC 10個分と等しいことになります。

緑色の長方形の部分は、たてが扇形ABCの弧の長さと等しく、よこの長さは3cmです。

扇形の弧の長さは、

$$3 \times 2 \times 3 \cdot 14 \times 60 / 360 = 3 \cdot 14 \text{ cm} \text{ なので、}$$

緑の部分の面積の合計は、

$$3 \cdot 14 \times 3 \times 2 = 6 \times 3 \cdot 14 \text{ cm}^2 \text{ です。}$$

扇形ABCの面積は、

$$3 \times 3 \times 3 \cdot 14 \times 60 / 360 = 1 \cdot 5 \times 3 \cdot 14 \text{ cm}^2 \text{ なので、緑の部分の面積の合計は、扇形ABCの面積の}$$

$$6 \div 1 \cdot 5 = 4 \text{ 個分 と等しいことがわかります。}$$

よって、扇形ABCの通った部分の面積は、扇形ABCの面積1.4個分と、三角形ABCの面積4個分を

合わせたものと等しくなります。

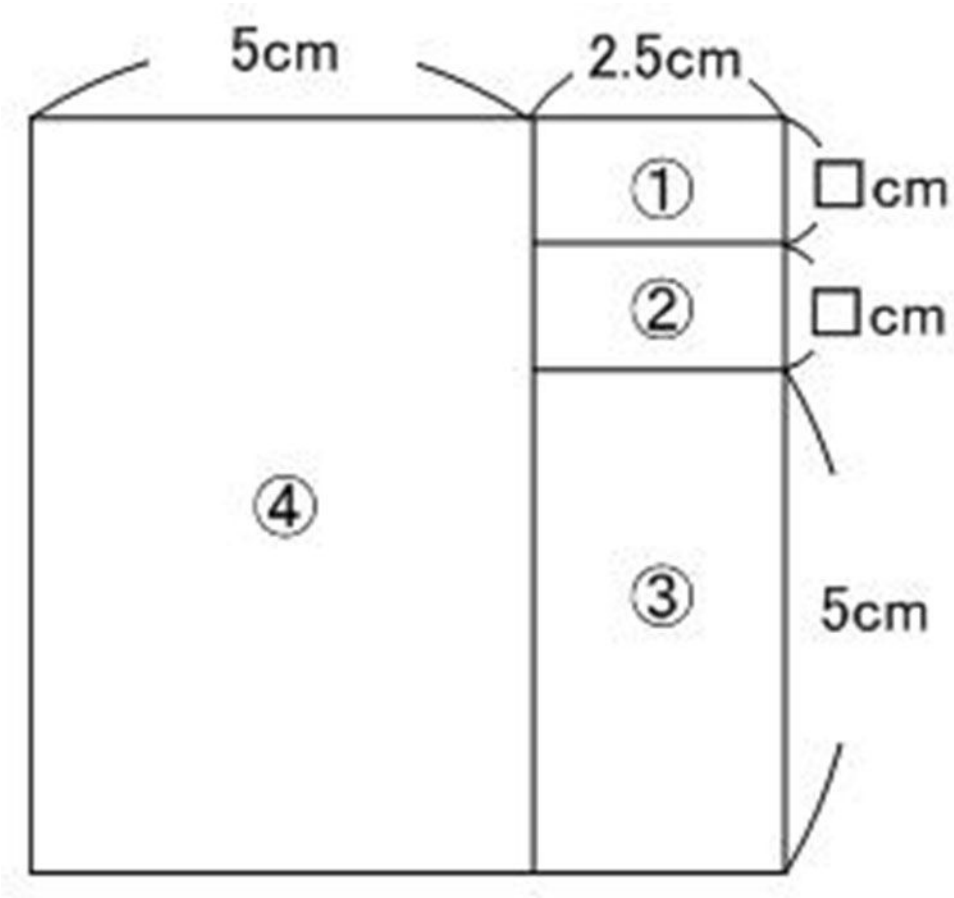
[問題を見る](#) [目次へ](#)

A25 図形の組みかえ

解答

問題図から、①と②の長方形は同じ形であることがわかり、①と②は、たてが□cm、横が $5 \div 2 = 2.5$ cmということになります。

正方形にわかる長さを書き込むと、下の図のようになり、



$\square = 2.5 \div 2 = 1.25$ cmということがわかります。

よって、元の長方形のたての長さは、 $1.25 + 2.5 + (2.5 + 5) = 11.25$ cmとわかります。

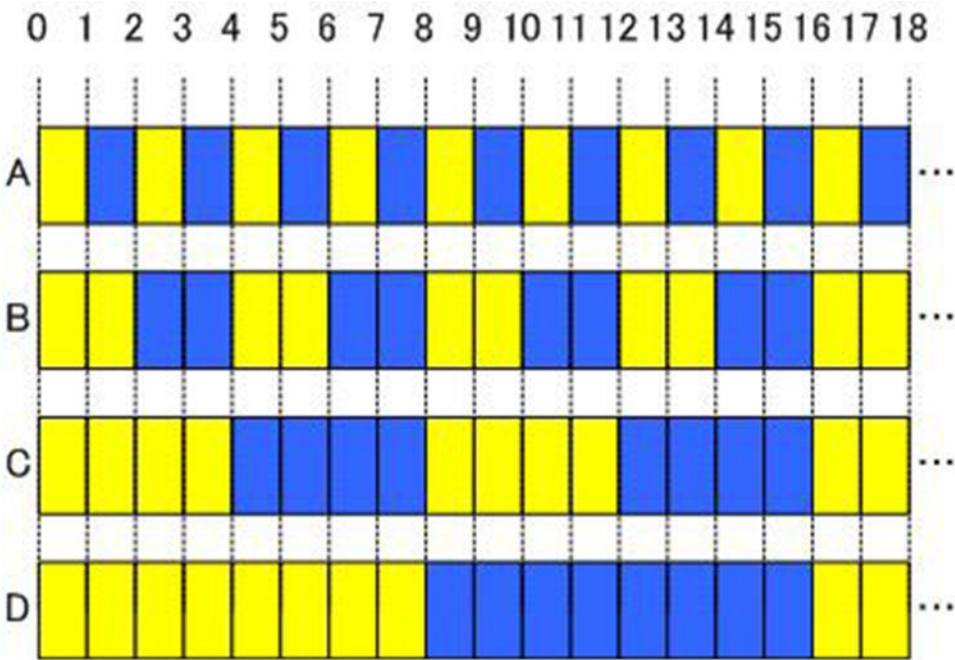
ゆえに、長方形の面積は $5 \times 11.25 = 56.25$ cm²です。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A26 周期算

解答

- (1) A, B, C, Dのそれぞれの光り方について書くと、A: 1秒光り、1秒消える → $1 + 1 = 2$ 秒周期
B: 2秒光り、2秒消える → $2 + 2 = 4$ 秒周期
C: 4秒光り、4秒消える → $4 + 4 = 8$ 秒周期
D: 8秒光り、8秒消える → $8 + 8 = 16$ 秒周期



以上のような光り方をするようになります。
2, 4, 8, 16 の最小公倍数は16なので全体として16秒周期であることがわかります。
これを図にして表すと、下図のようになります。

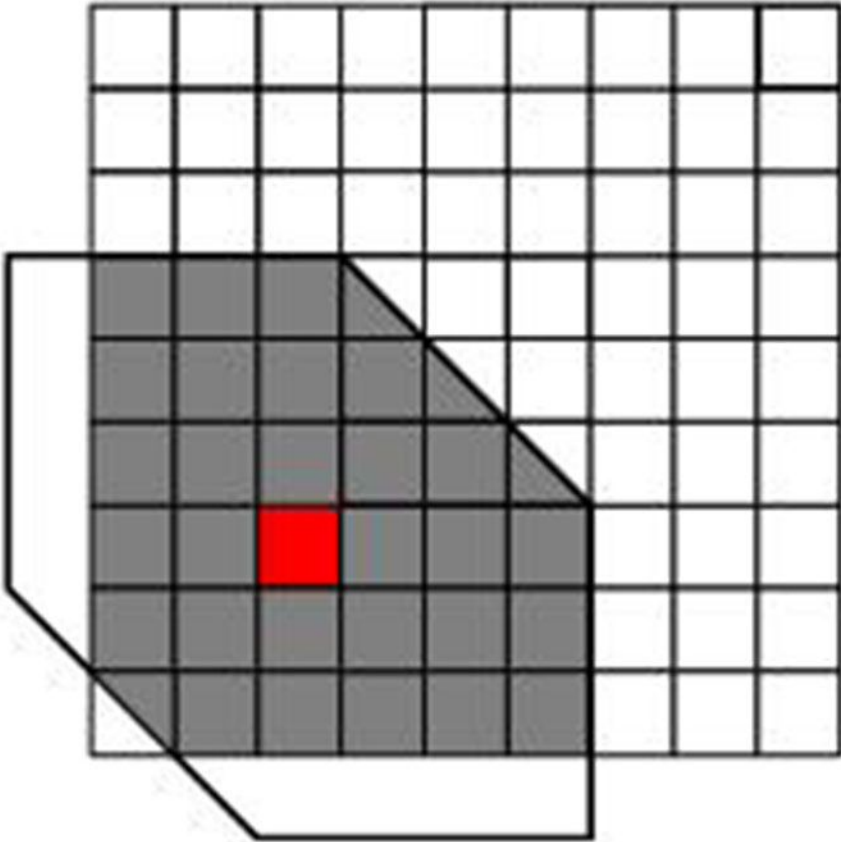
黄色が光っている時間、青が消えている時間を表します。
図より、4つのライトが全て消えるのは、15秒後から16秒後の間とわかります。

- (2) 1分=60秒なので、 $60 \div 16 = 3$ あまり12秒より、ライトが16秒間の光り方を3回くりかえし、12秒経過したところまで考えればよいわけです。
16秒間に2つのライトだけが光るのは、
3~4秒の1秒、5~7秒の2秒、9~11秒の2秒、12~13秒の1秒
以上6秒で、12秒までには5秒あるので、
1分間には、 $6 \times 3 + 5 = 23$ 秒ということになります。

A27 図形の重なった部分の面積

解答

(1) 求める部分は下の図3のようになります。

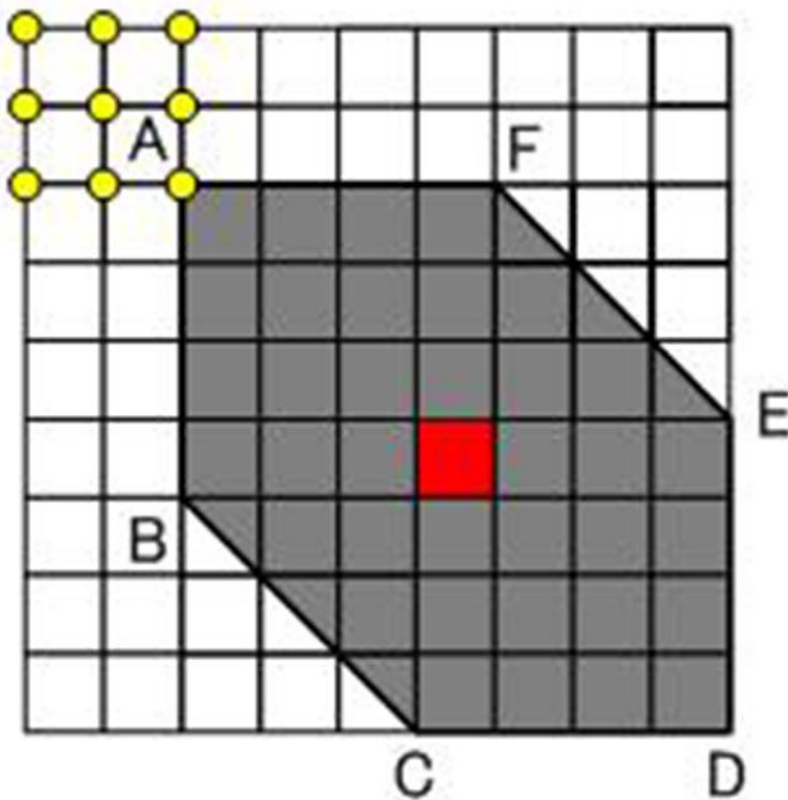


この面積は、 $6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ の正方形から直角二等辺三角形2個を除いたものに等しく、

$$6 \times 6 - (3 \times 3 \div 2 + 1 \times 1 \div 2) = 31\text{ cm}^2 \text{ となります。}$$

(2) 重なる面積が最大となるのは、六角形がすべて方眼紙の上にあるときなので、面積は、 $7 \times 7 - 3 \times 3 \div 2 \times 2 = 40\text{ cm}^2$ で、下の図4のようなときです。

図4

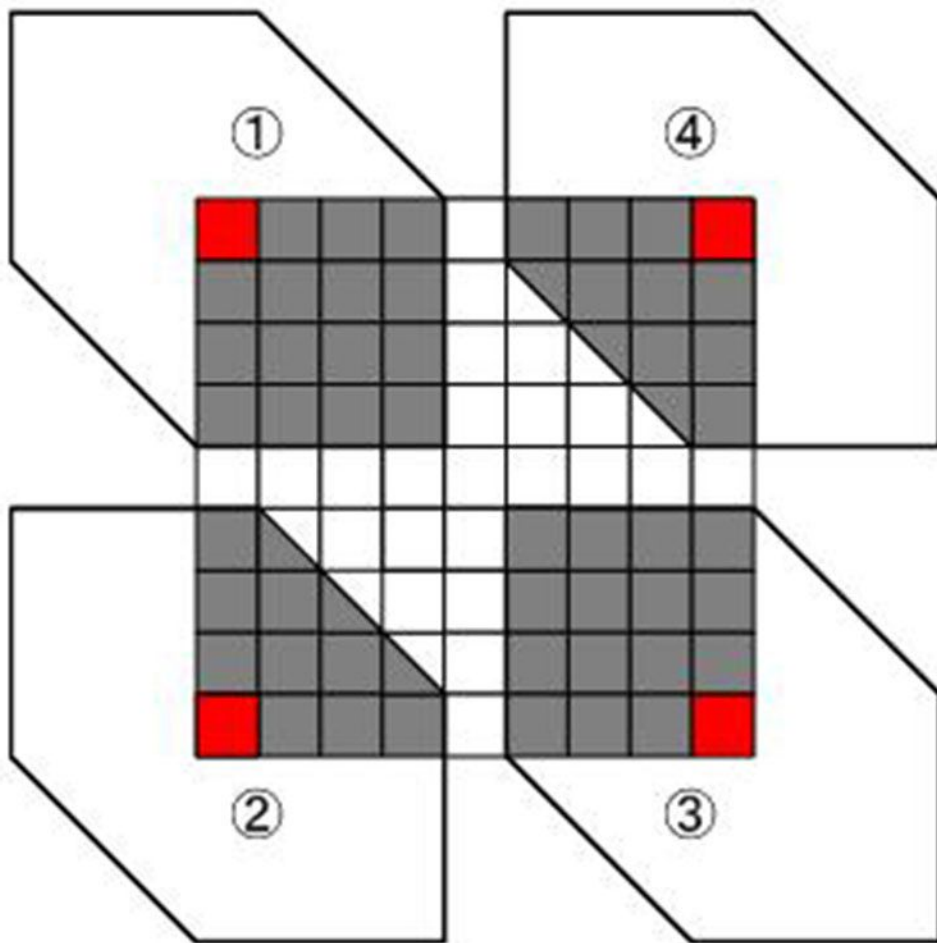


六角形A B C D E F の置き方は、頂点D（またはA）を方眼紙の頂点に図4のように合わせます。ここから六角形を動かせる範囲は

頂点Aを動かせる範囲と同じで、頂点Aは図4に示した9つの場所に動くことができるので、六角形の置き方は9通りとなります。

（3）灰色の部分の面積が最小になるのは、六角形のまん中の正方形が、下の図5のように方眼紙の4スミにあるときになります。

図5



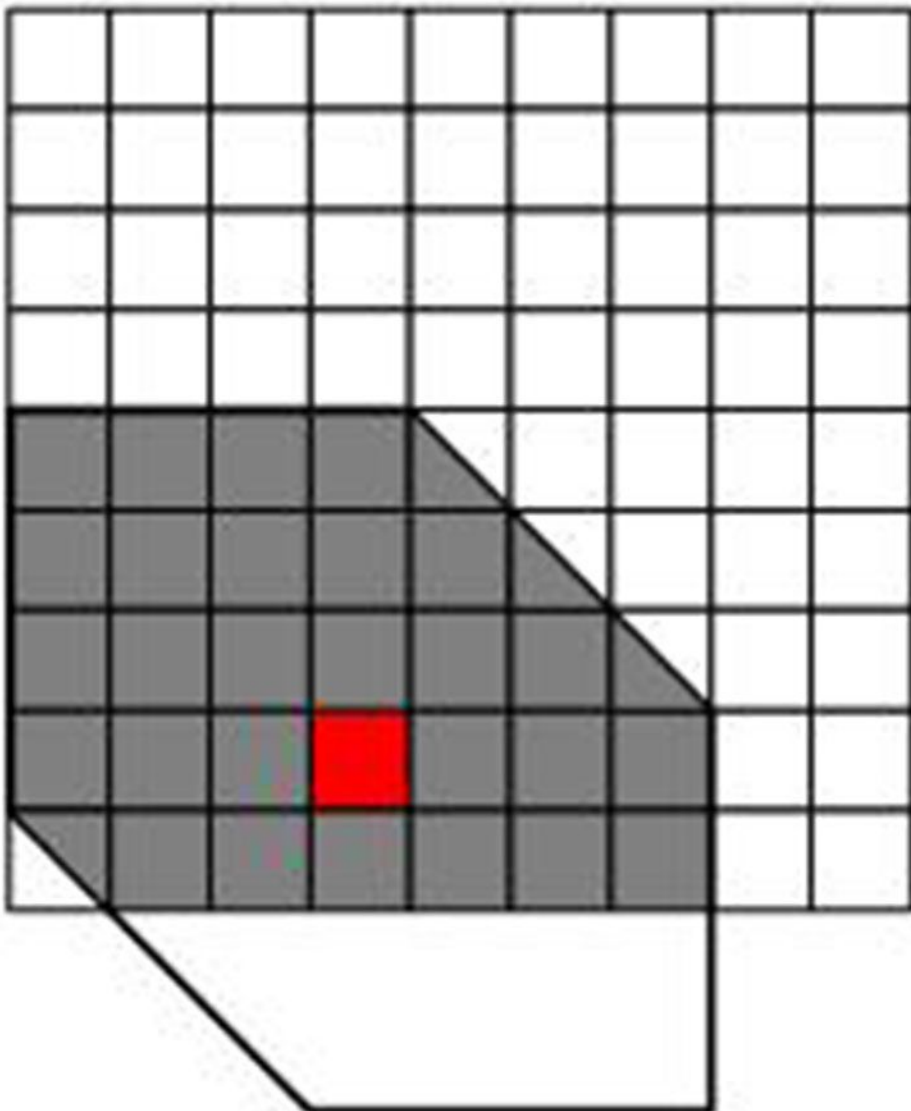
図の対称性から、①と③、②と④のとき、重なる部分の面積は等しくなるのですが、②と④のときの方が面積は小さくなり、

この面積は、 $4 \times 4 - 3 \times 3 \div 2 = 11.5 \text{ cm}^2$ となります。

置き方は2通りです。

(4) 六角形のまん中の正方形が、図2の青いマス目にあるとき、できる灰色の部分は下の図6のようになり、六角形から台形を除いた面積となります。

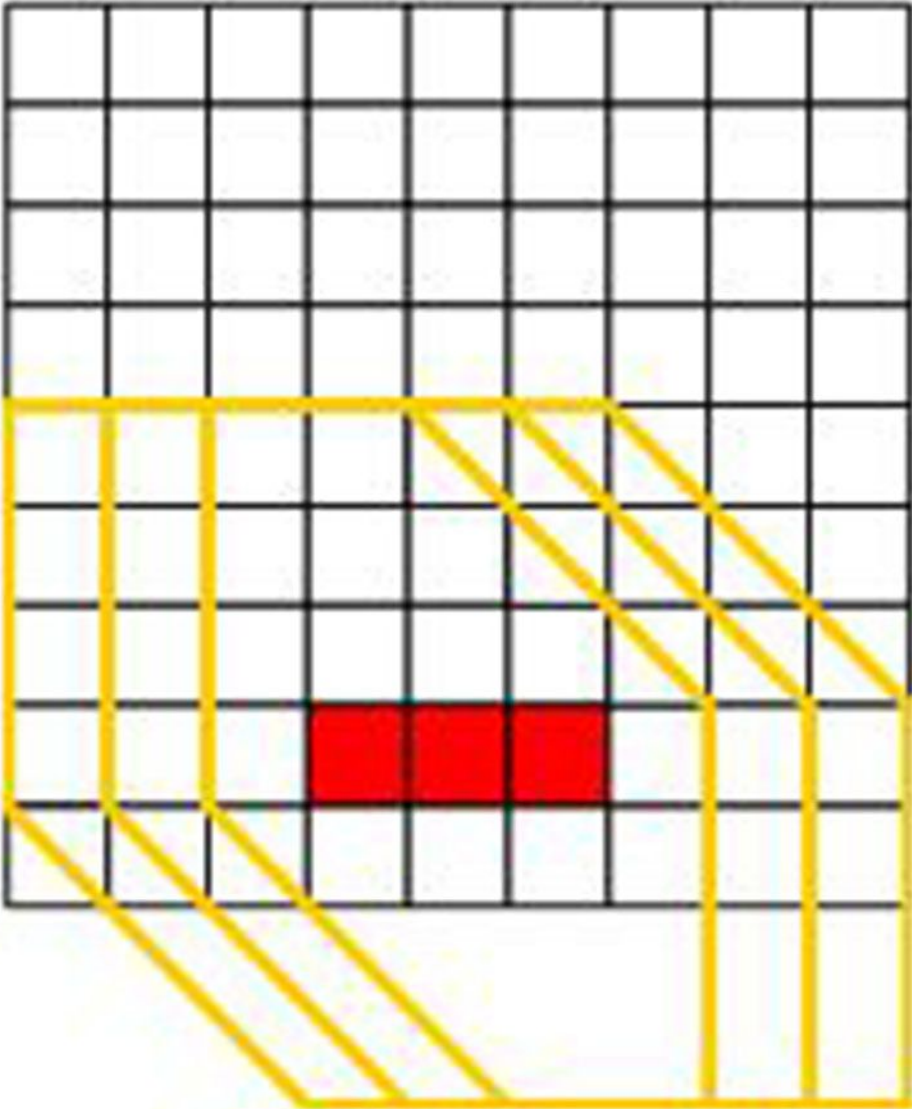
図6



よって、面積は、 $40 - (4 + 6) \times 2 \div 2 = 30 \text{ cm}^2$ となります。

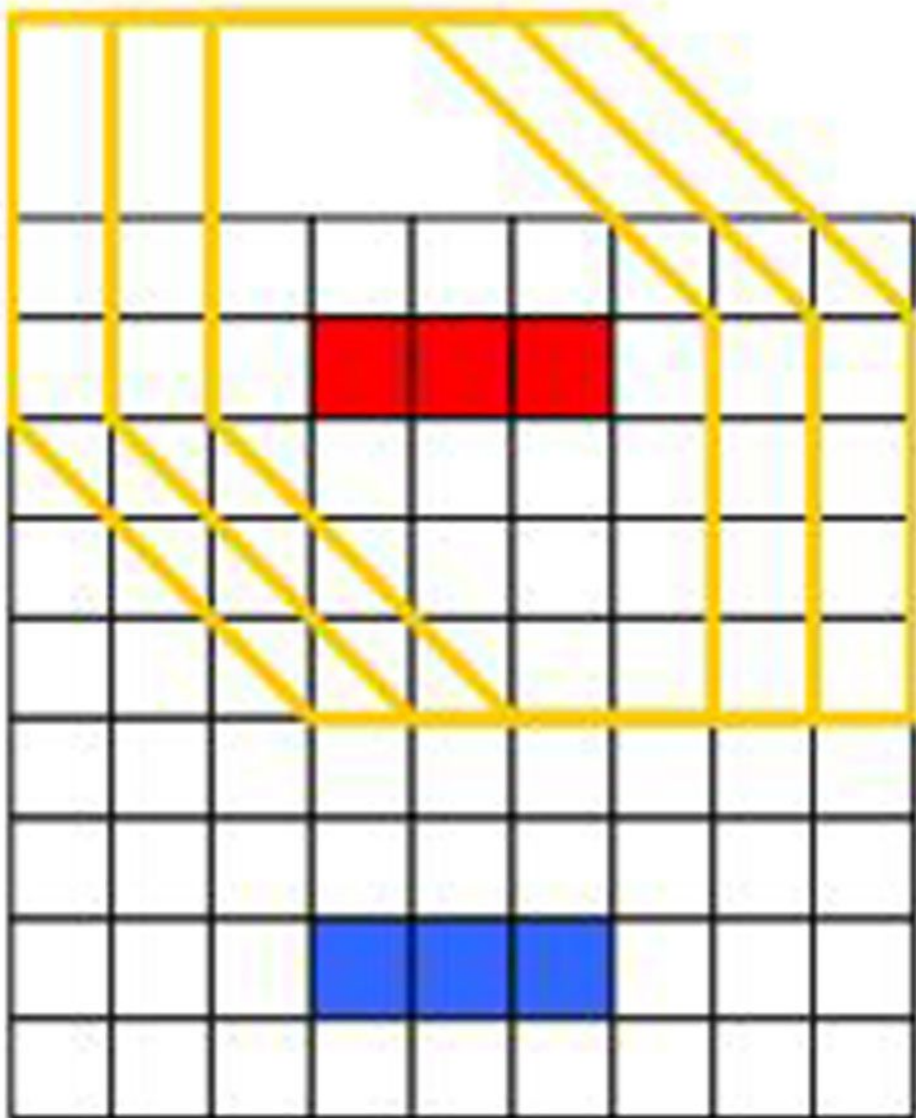
この面積と同じになるのは、まず、下の図7の3通りがあります。

図7



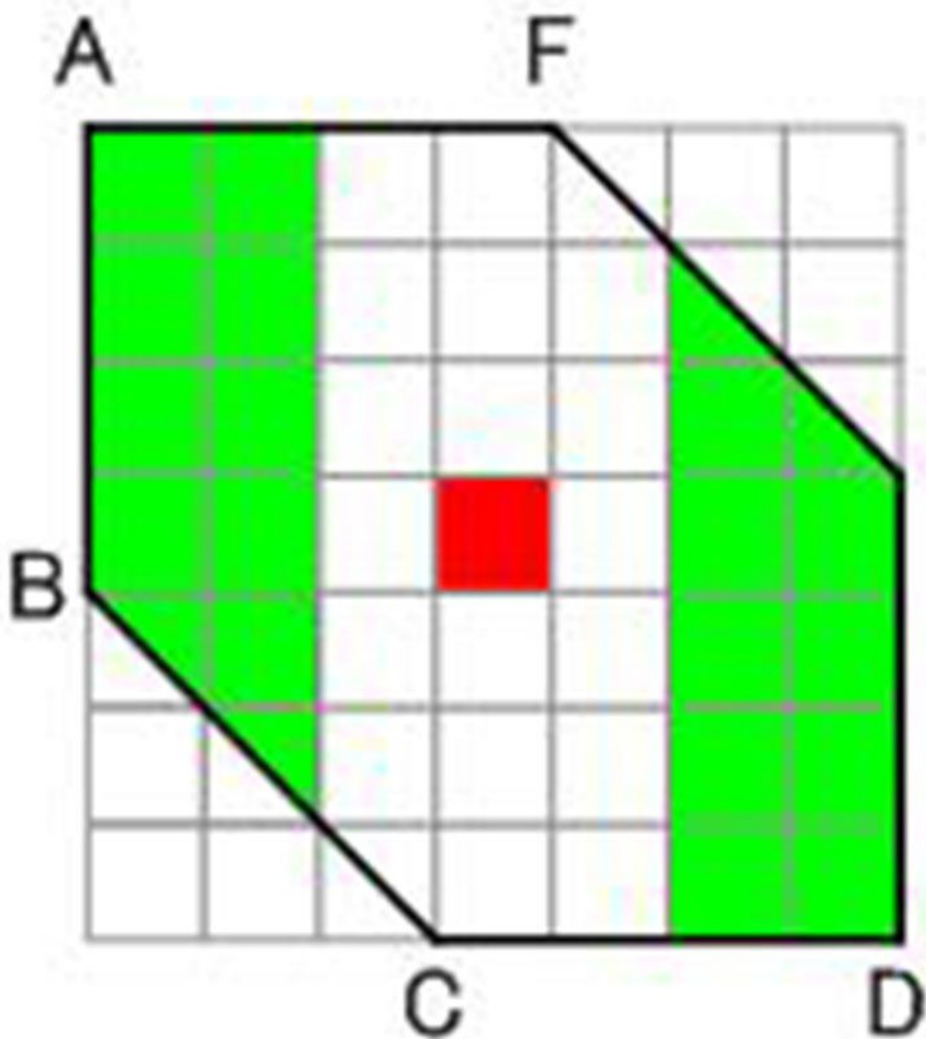
次に、同様に下の図8の3通りあります。

図8



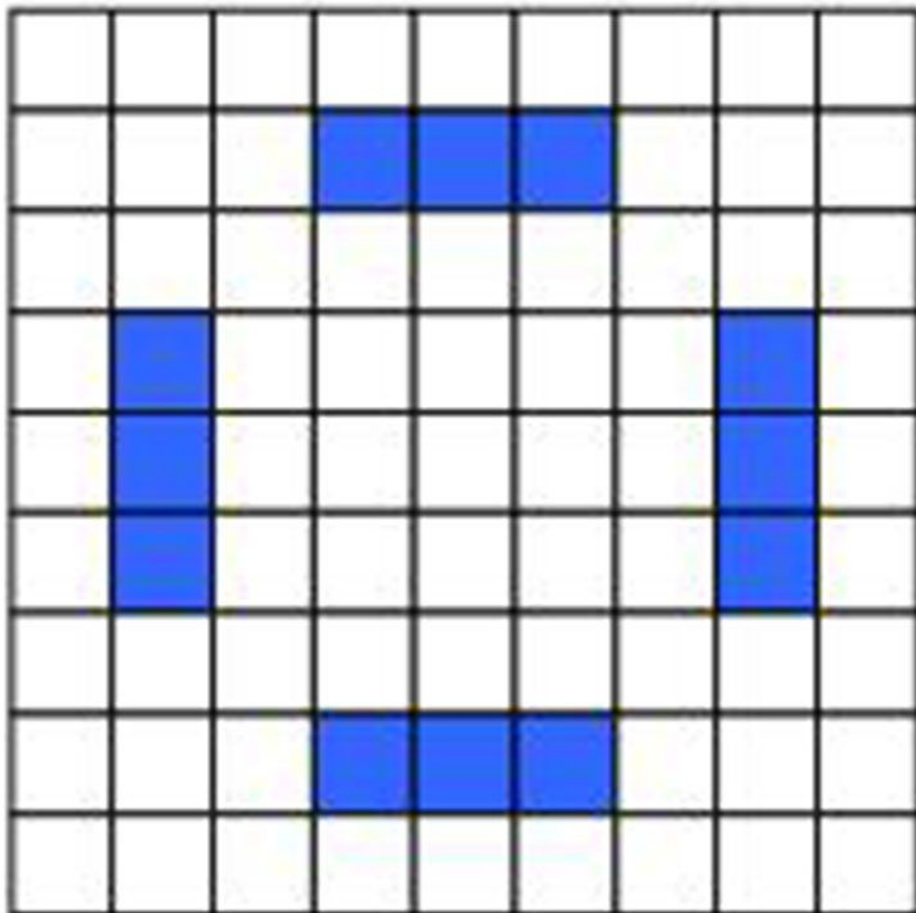
このように、上底4 cm、下底6 cmの台形が方眼紙の外側に出るときの、六角形のまん中の正方形の位置を考えればよいわけで、他に、下の図9のような場合があるので、

図9



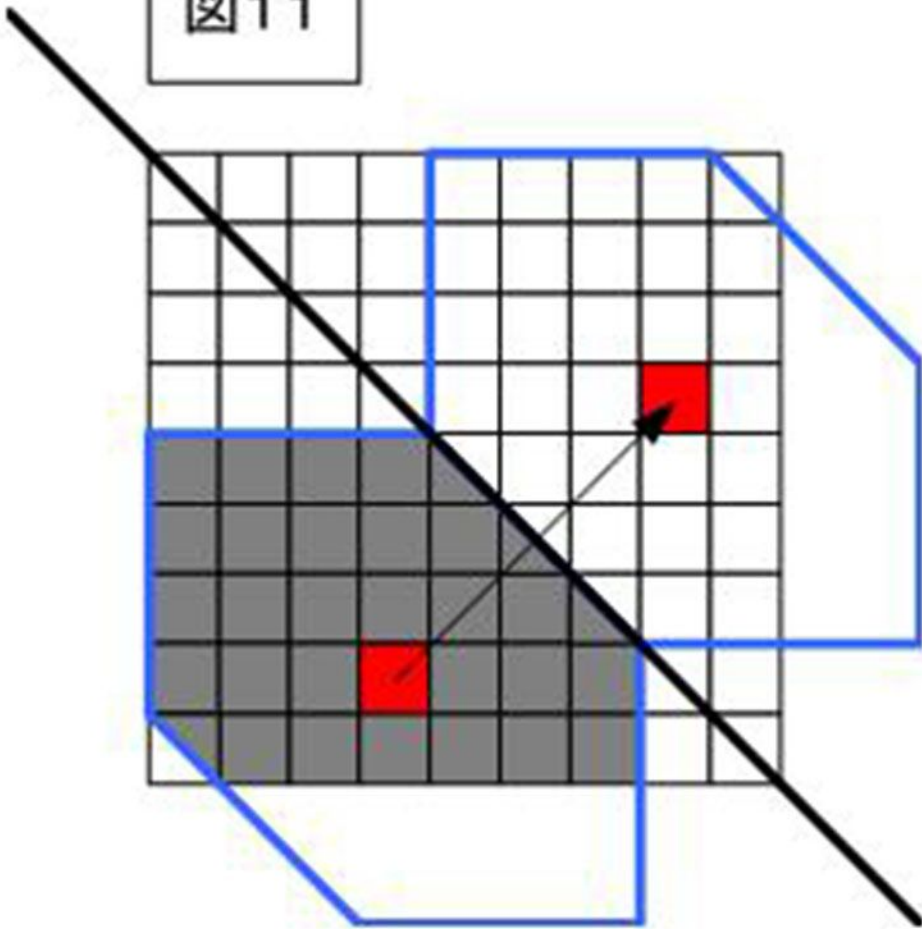
六角形のまん中の正方形が置けるマス目は、下の図10のようになります。

図10



また、方眼紙が正方形であることを利用すると、下の図11のように

図11



方眼紙の対角線を対称軸として、対称な六角形を作れば、灰色の部分の面積は等しくなり、六角形のまん中の正方形を置くことのできる位置を簡単に探すこともできます。

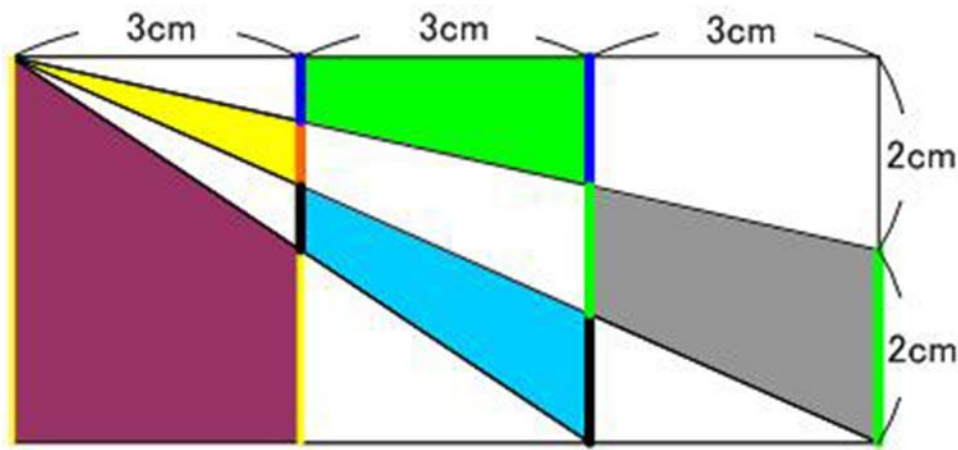
[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A28 平面図形の面積

解答

色のついた部分をそれぞれ高さ 3 c m の台形と考えると、
(三角形は上底 0 c m、下底=底辺 c m)



この面積の合計は、(上底の合計+下底の合計)×3÷2 となり、

(4+4+4+2)×3÷2=21 c m² となります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A29 素因数分解

解答

1570を割って23余るので、 $1570 - 23 = 1547$ より、3けたの整数は1547の約数でなければなりません。

1547を素因数分解すると、 $1547 = 7 \times 221$ なので、221が答え・・・ではなくて、

$221 = 13 \times 17$ ・・・ここまで求めなければなりません。

すなわち、 $1547 = 7 \times 13 \times 17$ です。

よって、1547の約数は、

$7 \times 13 = 91$ 、 $7 \times 17 = 119$ 、 $13 \times 17 = 221$ 、 $7 \times 13 \times 17$

の4つあり、最も小さいものは、119となります。

[問題を見る](#)

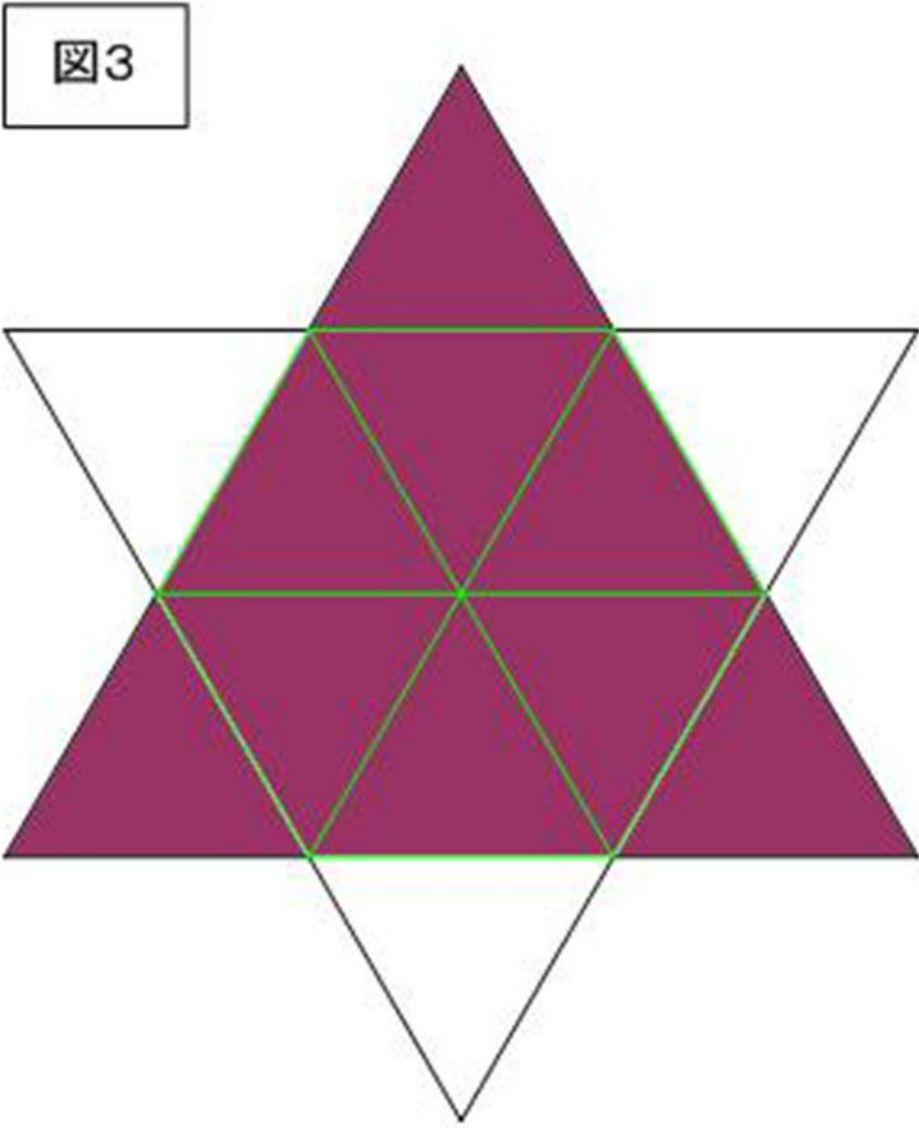
[目次へ](#)

A30 フラクタル図形

解答

(1) 元の正三角形は、下の図3のように9分割することができ、図1の図形は、正三角形が3個増えたこととなるので、その面積は

$4374 \div 9 \times 12 = 5832 \text{ cm}^2$ となります。



(2) 図2で増える部分は、元の正三角形を9分割したものを、さらに9分割したもので、 $4374 \div 9 \div 9 = 54 \text{ cm}^2$ です。

これが何個増えるかを数えればよいわけになります。

図1では、元の正三角形から、各辺1個で、合計3個増えています。

図2でも、各辺につき1個増えています。

辺の数はどのように増えるかというと、図4のように、1つの辺が、4つの辺に変わります。

图4

$$\frac{1}{9} \times \frac{1}{9}$$

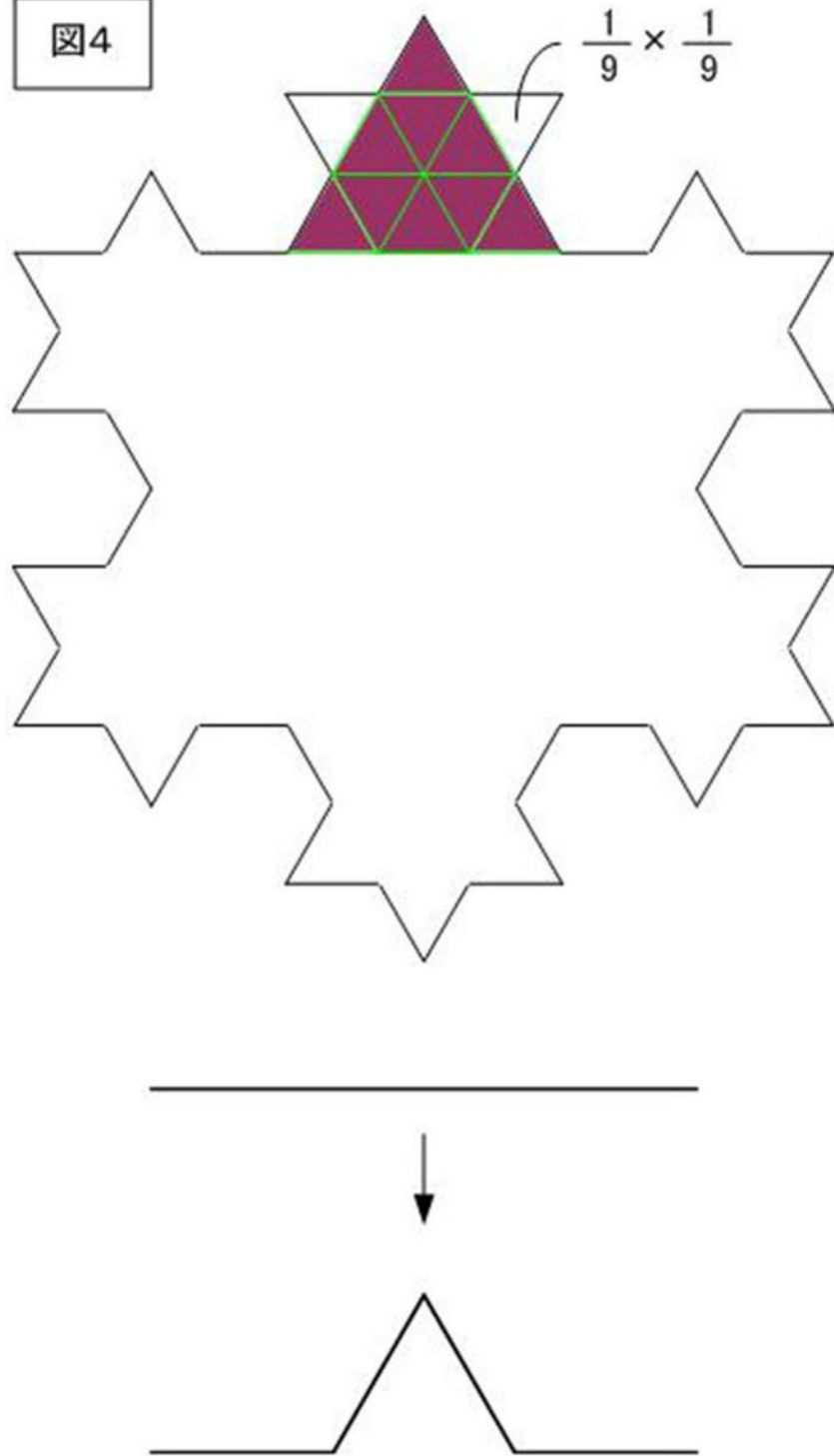


図1では、元の正三角形の3辺 → $3 \times 4 = 12$ 辺になっているので、図2で増える三角形の数は12個ということになります。

よって、図2の図形の面積は、

図1の図形の面積 + $12 \times 54 = 5832 + 648 = 6480 \text{ cm}^2$ となります。

(3) 図2の図形から、さらに2回の作業をします。

まず、1回作業をすると、図2の図形から増える正三角形の面積は

$4374 \div 9 + 9 + 9 = 54 + 9 = 6 \text{ cm}^2$ です。

増える正三角形の個数は、図2の辺の数と等しく、 $12 \times 4 = 48$ 個です。

よって、1回作業した後の面積は、 $6480 + 6 \times 48 = 6768 \text{ cm}^2$ です。

ここまですを表にすると、下の図5のようになります。

図5

辺の数	3	12	48	48×4
面積	4374	5832	6480	6768
増える面積	$4374 \div 9 \times 3$ $= 486 \times 3$ $= 1458$	$486 \div 9 \times 12$ $= 54 \times 12$ $= 648$	$54 \div 9 \times 48$ $= 6 \times 48$ $= 288$	

さらに、2回目の作業をすると、増える正三角形の面積は、 $6 + 9 = 2/3 \text{ cm}^2$ です。

増える正三角形の個数は、 48×4 (個) です。

よって、求める図形の面積は、 $6768 + 48 \times 4 \times 2/3 = 6896 \text{ cm}^2$ となります。

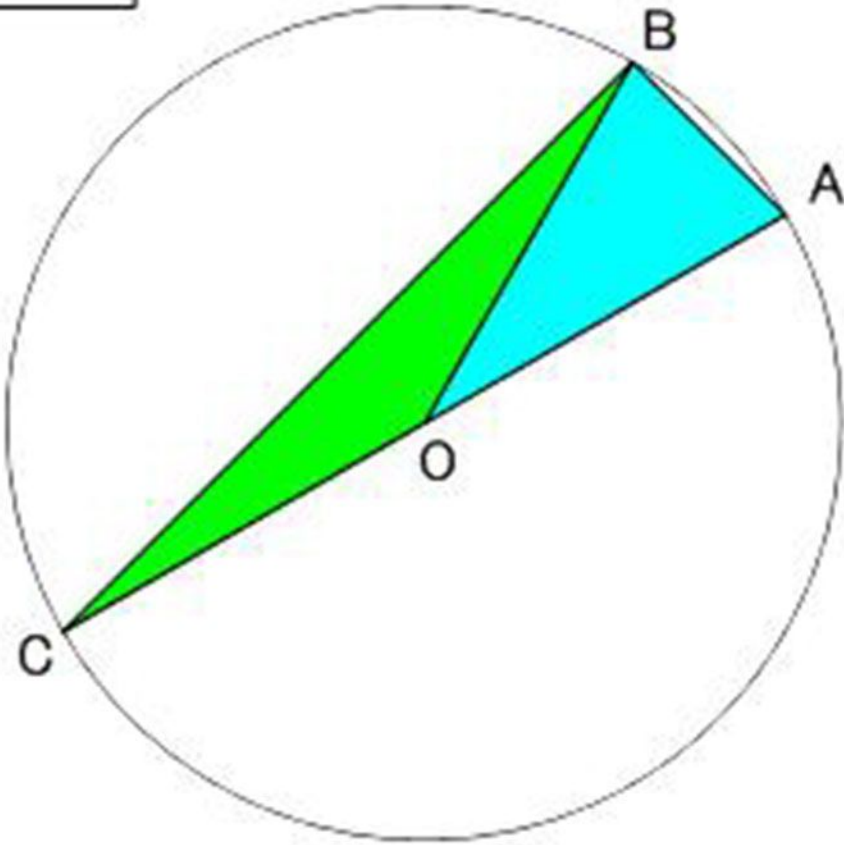
[問題を見る](#) [目次へ](#)

A31 正12角形の角度

解答

まず図1の①の角度を作っている点をA，B，Cとすると、下の図3のように、ACは円の中心Oを通ります。

図3



ここで、三角形AOBと、三角形BOCは共に二等辺三角形です。

$\angle AOB = 360 \div 12 = 30^\circ$ 、 $\angle BOC = 180 - 30 = 150^\circ$

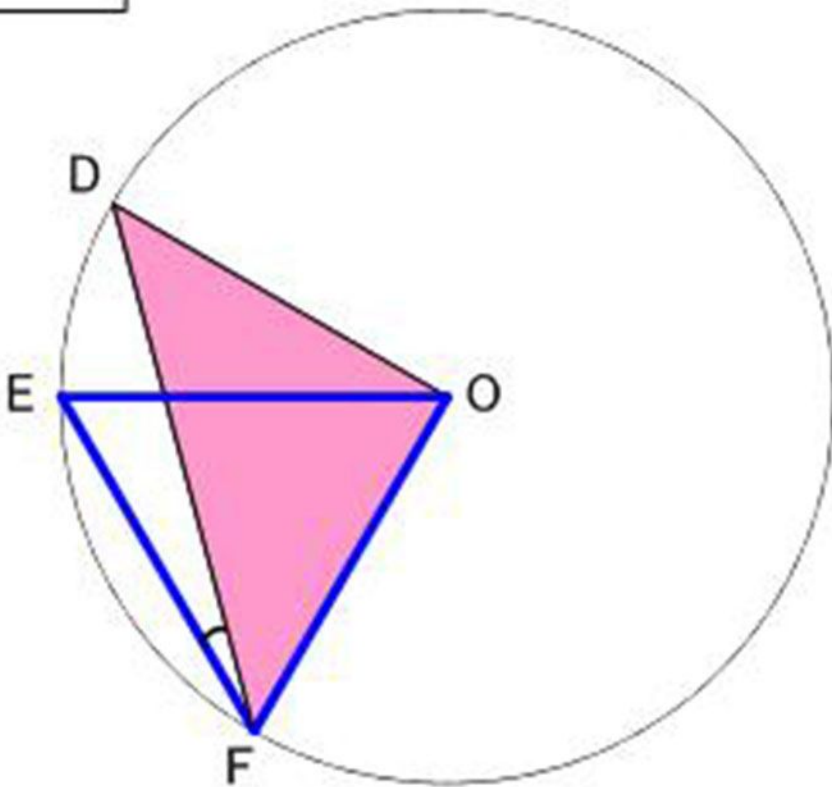
とわかるので、① = $(180 - 30) \div 2 + (180 - 150) \div 2 = 90^\circ$ となります。

次に、図2の②の角度を作っている点をD，E，Fとすると、

下の図4のように、②の角度は、二等辺三角形DOFとEOFの

等しい角度の差であることがわかります。

図4



角DOF = $360 \div (12 \div 3) = 90^\circ$ 、

角EOF = $360 \div (12 \div 2) = 60^\circ$ より、

それぞれの二等辺三角形の等しい角は 45° 、 60° なので、

② = $60 - 45 = 15^\circ$ となります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A32 影の移動

解答

1 辺が 1 0 m の正方形の部屋の中に、底面が 1 辺 2 m の正方形の柱があります。このとき次の問に答えなさい。

(1) 柱が図 1 の場所にあるとき、S 君が A の場所から部屋を見ると、見えない床の部分は灰色の部分になります。

この面積を答えなさい。

(2) 柱が図 2 の場所にあるとき、S 君が A の場所から部屋を見ると、見えない床の面積はいくらですか。

(3) 柱が図 2 の場所にあるとき、P 君が A の場所から D の場所へ歩きました。

このとき P 君が一度も見ることのできない床の面積を答えなさい。

(4) 柱が図 2 の場所にあるとき、P 君が A の場所から反時計回りに 毎秒 1 m の速さで部屋の辺上 1 周し、Q 君は A の場所から

時計回りに 毎秒 2 m の速さで部屋の辺上を 2 周します。

このとき、P 君、Q 君が部屋を見ると、2 人とも見ることのできない床があるのは何秒間あるか答えなさい。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A33 2進法

解答

(1) 作れる整数の個数について、けた数によって分類すると、

1けたの整数・・・1, 2・・・2個

2けたの整数・・・ $2 \times 2 = 4$ 個

3けたの整数・・・ $2 \times 2 \times 2 = 8$ 個

4けたの整数・・・ $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ 個

5けたの整数・・・ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 個

このように、2倍に2倍に増えていきます。

問題の11222は5けたの整数です。

4けたの最後の整数：2222は、 $2 + 4 + 8 + 16 = 30$ 番目です。

11111が31番目です。

「11●●」という整数について、●●●の部分には、111から222までの3けたの整数があてはまり、

その数は、 $2 \times 2 \times 2 = 8$ 個なので、「11222」は、 $30 + 8 = 38$ 番目となります。

(2) 5けたの整数は、 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 個 あります。

それぞれのケタについて、1か2のどちらかのものが必ずあります。

たとえば、2けたのものは、11, 12, 21, 22 の4個あり、その和は、 $10 \times 2 + 20 \times 2 + 1 \times 2 + 2 \times 2 = 11 \times 2 + 22 \times 2$

このように計算できます。

よって、5けたの整数の和は、

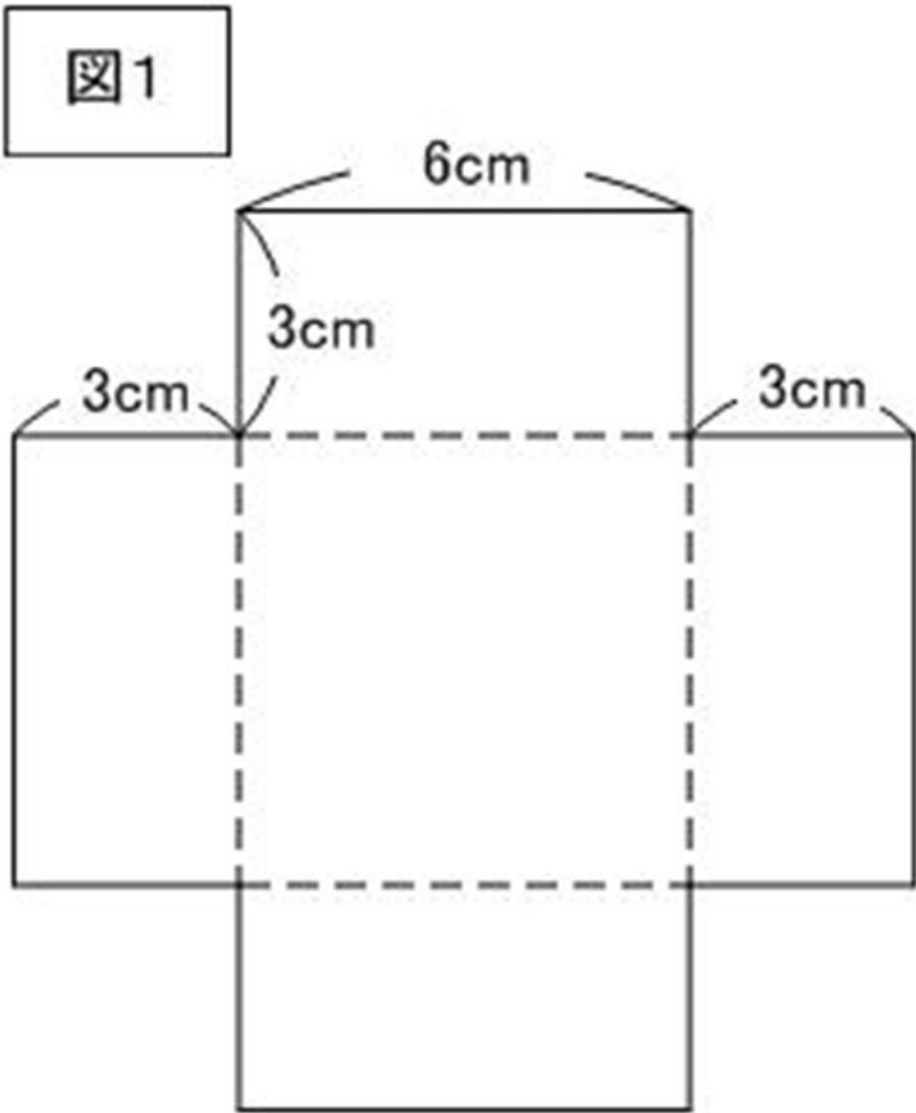
$(11111 + 22222) \times (32 \div 2) = 533328$ となります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A34 箱の組み立て

解答

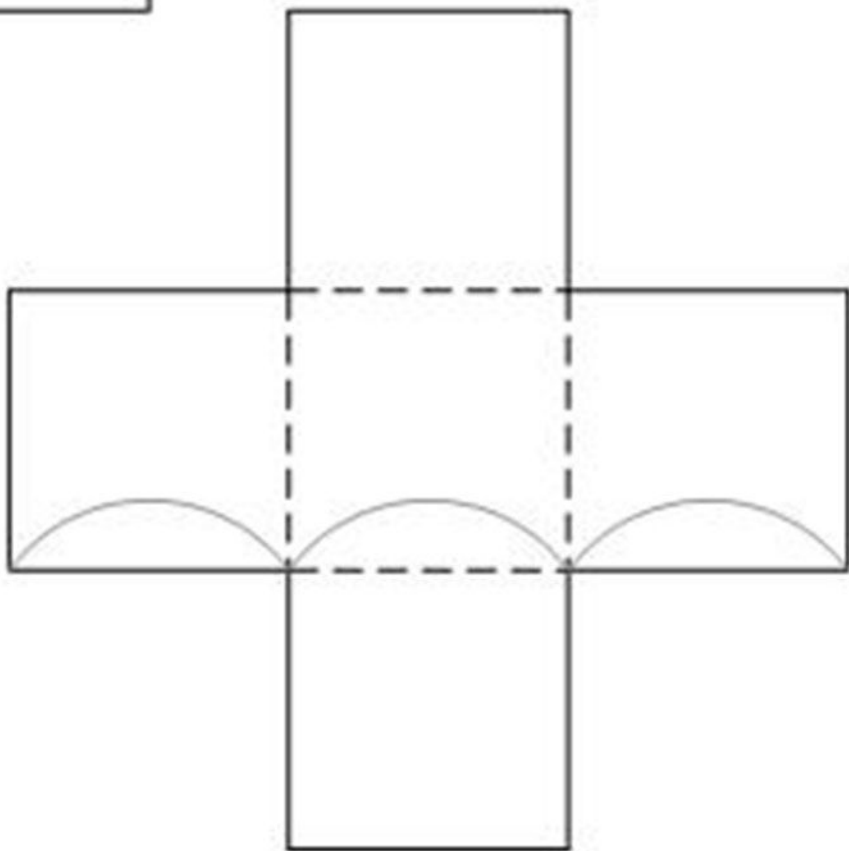
(1) 1辺12cmの正方形の紙から、1辺3cmの正方形を四隅から切り取ると、下の図1のようになります。



これを組み立てると、底面が1辺6cmの正方形、高さ3cmの箱になり、その体積は、 $6 \times 6 \times 3 = 108 \text{ cm}^3$ となります。

(2) 5面でできる立方体の展開図は、下の図2のようになります。

図2



この立方体の1辺は、 $12 \div 3 = 4$ cm となるので、その体積は、 $4 \times 4 \times 4 = 64$ cm³ となります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A35 6 進法

解答

(1) 十の位：6 通り、一の位：6 通り より、 $6 \times 6 = 36$ 個です。

(2) 書き込んだ整数について、けた数によって分類すると、

1 けた・・・2～7 の 6 個

2 けた・・・ $6 \times 6 = 36$ 個

3 けた・・・ $6 \times 6 \times 6 = 216$ 個

4 けた・・・ $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$ 個

3 けたの最後の 777 は、 $6 + 36 + 216 = 258$ 番目で、その次の 259 番目が 222 です。

2746 まで書き込んでいるので、

$22\bullet\bullet$ 、 $23\bullet\bullet$ 、 $24\bullet\bullet$ 、 $25\bullet\bullet$ 、 $26\bullet\bullet$ の個数を数えると、 $6 \times 6 \times 5 = 180$ より、2677 が $258 + 180 = 438$ 番目とわかり、

2722 が 439 番目です。

$272\bullet$ 、 $273\bullet$ の個数は、 $6 \times 2 = 12$ より、2737 が $438 + 12 = 450$ 番目とわかり、

2742 が 451 番目です。

2746 は、 $451 + 4 = 455$ 番目に書き込む整数なので、

書き込んだ整数は、全部で 455 個です。

(3) 紙が何枚あって、行と列の数がいくらかのかわからないと答えられません。

書き込んだ整数の数は、行の数×列の数×紙の枚数と等しいので、455 を素因数分解すると、

$455 = 5 \times 91 = 5 \times 7 \times 13$ となります。

この「5，7，13」が、紙の枚数、行の数、列の数のいずれかを表しています。

問題には、6 行目、8 列目とあるので、行は 7 以上、列は 9 以上

あることがうかがえますので、5，7，13 から適切なものを選び、

行の数＝7、列の数＝13、紙の枚数＝5 枚 となります。

ここから、6 行目の 8 列目が何番目の整数なのか、わかります。

5 行目までに $5 \times 13 = 65$ 個の整数があるので、求める整数は、 $65 + 8 = 73$ 番目の整数です。

(2) より、77 が $6 + 36 = 42$ 番目で、求めるものが 73 番目なので、 $73 - 42 = 31$ より、3 けたになって 31 番目の整数を求めればよいことになります。

一の位に 6 種類の整数があるので、 $31 \div 6 = 5$ あまり 1 より、

222～227

232～237

・・・・・・・・

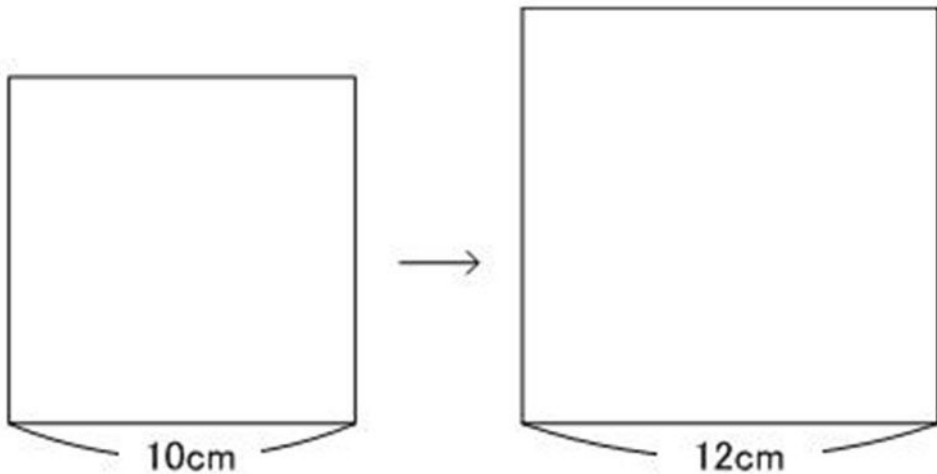
222 から、十の位の数が 5 回変わって 1 個目が、73 番目の整数で、272 が答えです。

A36 回転体の体積

解答

たとえば、1辺10 cmの正方形があったとすると、この正方形の周の長さは40 cmで、これを20%増やすと、 $40 \times 1.2 = 48$ cmとなります。

できた正方形の1辺の長さは、 $48 \div 4 = 12$ cm となりますが、これは、1辺が20%増えたことと同じことです。



なので、1辺10 cmの正方形の周が20%増えると、1辺もそれぞれ20%増え、 $10 \times 1.2 = 12$ cmになります。

1辺12 cmの正方形の面積は、 $12 \times 12 = 144$ cm²なので、増えた面積は $144 - 100 = 44$ cm²です。

これは元の正方形の面積の $44 \div 100 \times 100 = 44\%$ です。

よって、増える面積は44%です。

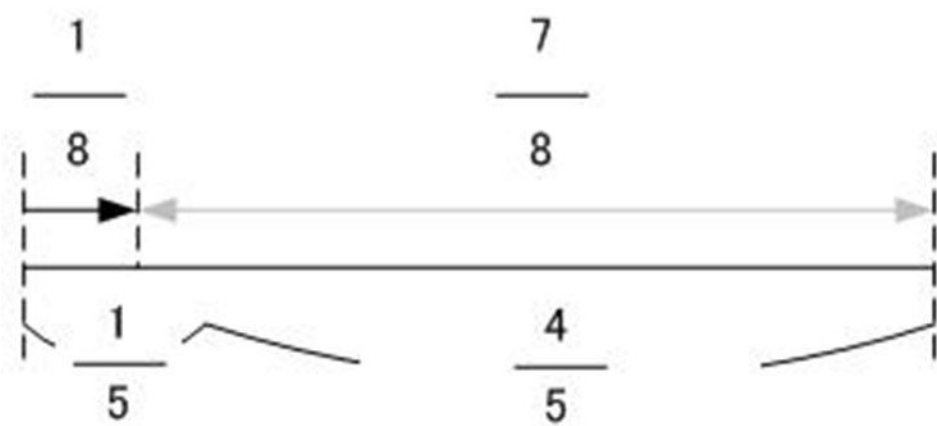
[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A37 移動速度

解答

道のり＝速さ×時間 から、8分の1を進んだときの速さと、それ以降の速さを求めて比べればよいことになります。



8分の1の距離を進むのに、5分の1の時間かかっているので、その速さは、 $1/8 \div 1/5 = 5/8$ という速さになります。

次に、残りの8分の7を進むのに、5分の4の時間で進まないといけなかったので、その速さは、 $7/8 \div 4/5 = 35/32$ という速さです。

それぞれの速さが出たので、何倍になっているかというと、 $35/32 \div 5/8 = 7/4$ 倍（4分の7倍）となります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A38 回転体の体積

解答

(1) 三角形BCQ、三角形DCQ、三角形FGS、三角形HGS は合同な三角形です。(底辺CQ=GS=2 cm、角度が等しいので)

八角形ABCDEFGHは、正方形AQESから、4つの三角形のを除いたものです。

正方形AQESの面積 $=12 \times 12 \div 2 = 72 \text{ cm}^2$ です。

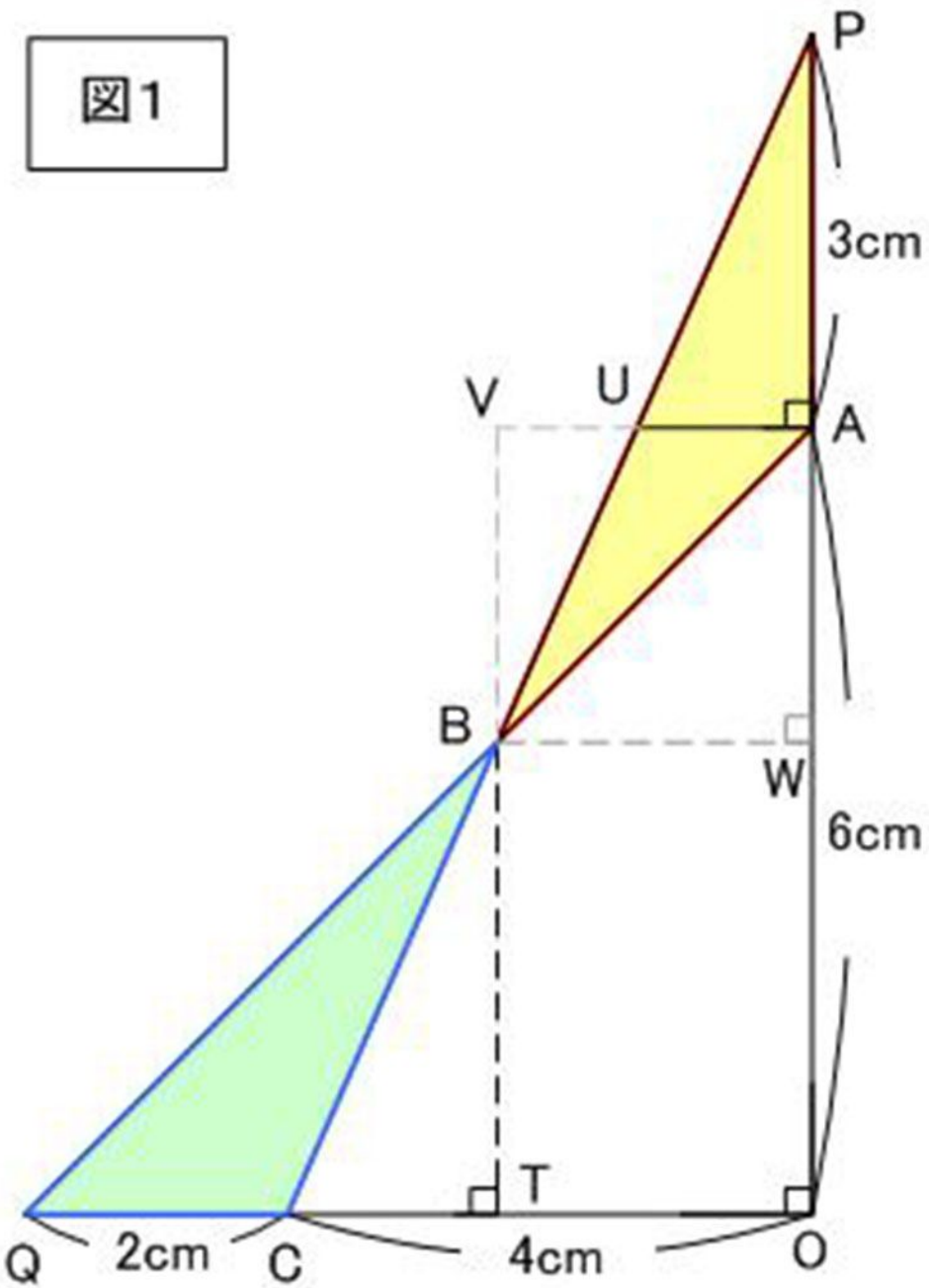
次に、三角形BCQの面積を求めます。

正方形AQESの対角線の交点をOとすると、三角形AOQの面積 $=6 \times 6 \div 2 = 18 \text{ cm}^2$ です。

三角形POCの面積 $=4 \times 9 \div 2 = 18 \text{ cm}^2$ です。

2つの直角三角形の面積が等しいので、この2つの直角三角形から、等しい部分の四角形ABCOを除くと、

三角形BCQの面積=三角形ABPの面積ということがわかります。



また、 $BT=WO$ より、 $BW+BT=AO=6\text{ cm}$ となります。

BW : BT = 3 : 2 より、 $BW = 6 \div 5 \times 3 = 3.6 \text{ cm}$ と求められ、

三角形BCQの面積 $= 2 \times 3.6 \div 2 = 3.6 \text{ cm}^2$ となります。

よって、八角形ABCDEFGHの面積は、 $72 - 3.6 \times 4 = 57.6 \text{ cm}^2$ となります。

<別解>

図1の三角形POCと三角形PAUが相似なので、 $AU = 4 \div 3 = 4/3 \text{ cm}$ とわかります。

次に、三角形ABUと三角形QBCが相似なので、

$AU : QC = VB : BT = 2 : 4/3 = 3 : 2$ とわかり、

$VT = AO = 6 \text{ cm}$ なので、 $BT = 3.6 \text{ cm}$ とわかり、

八角形ABCDEFGHの面積 $= 57.6 \text{ cm}^2$ と求められます。

(2) BHの長さ=BWの長さ×2 です。

BWの長さ $= 6 - 3.6 = 2.4 \text{ cm}$ なので、BHの長さ $= 2.4 \times 2 = 4.8 \text{ cm}$ です。

(3) 求める体積は、図の対称性から、四角形ABCOをAOの周りに1回転させた立体の体積の2倍に等しくなります。

求める立体の体積は、

$(\text{三角形COPを回転させた立体} - \text{三角形BWPを回転させた立体} + \text{ABWを回転させた立体}) \times 2 = (4 \times 4 \times 3 \cdot 1/4 \times 9 \div 3 - 2 \cdot 4 \times 2 \cdot 4 \times 3 \cdot 1/4 \times 5 \cdot 4 \div 3 + 2 \cdot 4 \times 2 \cdot 4 \times 3 \cdot 1/4 \times 2 \cdot 4 \div 3) \times 2$

$= (16 \times 3 - 2 \cdot 4 \times 2 \cdot 4 \times 1 \cdot 8 + 2 \cdot 4 \times 2 \cdot 4 \times 0 \cdot 8) \times 3.14 \times 2$

$= (48 - 2 \cdot 4 \times 2 \cdot 4) \times 6 \cdot 28$

$= 42 \cdot 24 \times 6 \cdot 28$

$= 265 \cdot 2672 \text{ cm}^3$ となります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A39 四則演算

解答

＋、×、÷を○の中に入れるとき、入れ方は、 $3 \times 2 \times 1 = 6$ 通りあります。

それぞれ計算してみると、

$$5 \times 4 \div 3 \div 2 = 2 \frac{6}{3}$$

$$5 \times 4 \div 3 \div 2 = 2 \frac{1}{5}$$

$$5 \div 4 \times 3 \div 2 = 2 \frac{3}{4}$$

$$5 \div 4 \div 3 \times 2 = 2 \frac{9}{4}$$

$$5 \div 4 \times 3 \times 2 = 1 \frac{1}{2}$$

$$5 \div 4 \div 3 \times 2 = 2 \frac{3}{3}$$

となり、最も小さいのは $2 \frac{3}{4}$ （ $5 \div 4 \times 3 \div 2$ ）となります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A40 不定不等式

解答

ひもを5等分すると、左から $1/5$ 、 $2/5$ 、 $3/5$ 、 $4/5$ 、 $5/5$ までの部分に分けられ、左から2本目は、 $1/5$ から $2/5$ までの間に結び目があることになります。

同様に、ひもを8等分して左から4本目は、 $3/8$ から $4/8$ までの間に結び目があることになります。

すると、下の図のようになり、

$$\frac{8}{40}$$

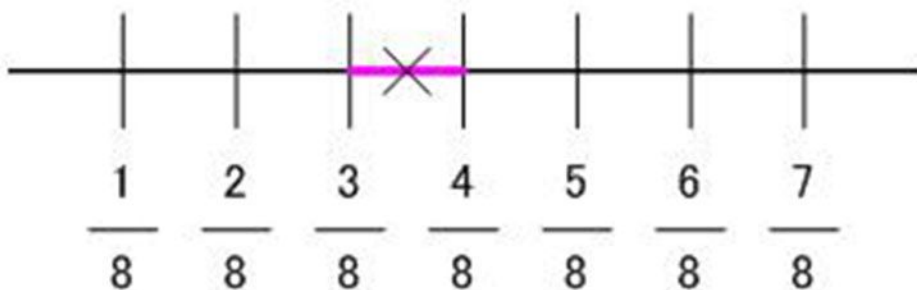
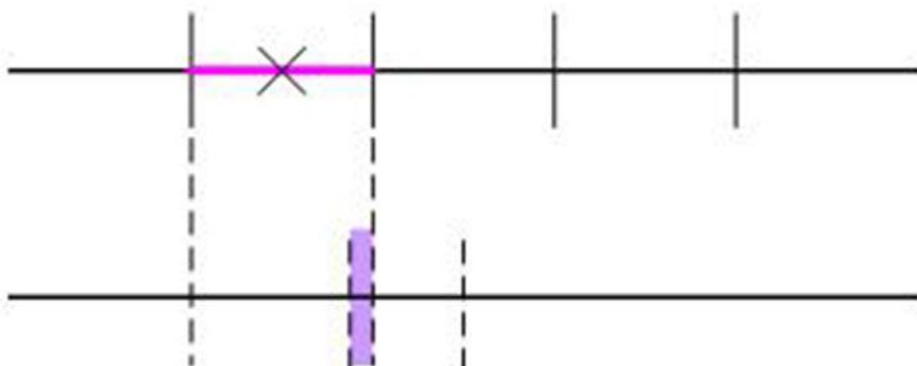
$$\frac{16}{40}$$

$$\frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{4}{5}$$



$$\frac{15}{40}$$

$$\frac{20}{40}$$

結び目は、ひもの $\frac{15}{40}$ から $\frac{16}{40}$ の部分にあることがわかります。

ひもを30等分すると、左から $1/30$ 、 $2/30$ 、・・・ $30/30$ までの部分に分けられます。

30と40の最小公倍数の120に合わせて表すと、ひもの結び目は、 $45/120$ から $48/120$ までの部分にあり、30等分するときの切れ目は、 $4/120$ 、 $8/120$ 、・・・

のように、分子は4の倍数のところが切れ目です。

すると、 $48/120$ はちょうど30等分したときの12本目の切れ目で、

その前(11本目)は $44/120$ のところなので、ひもの結び目は

12本目のところになります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A41 立体図形の組み立て条件

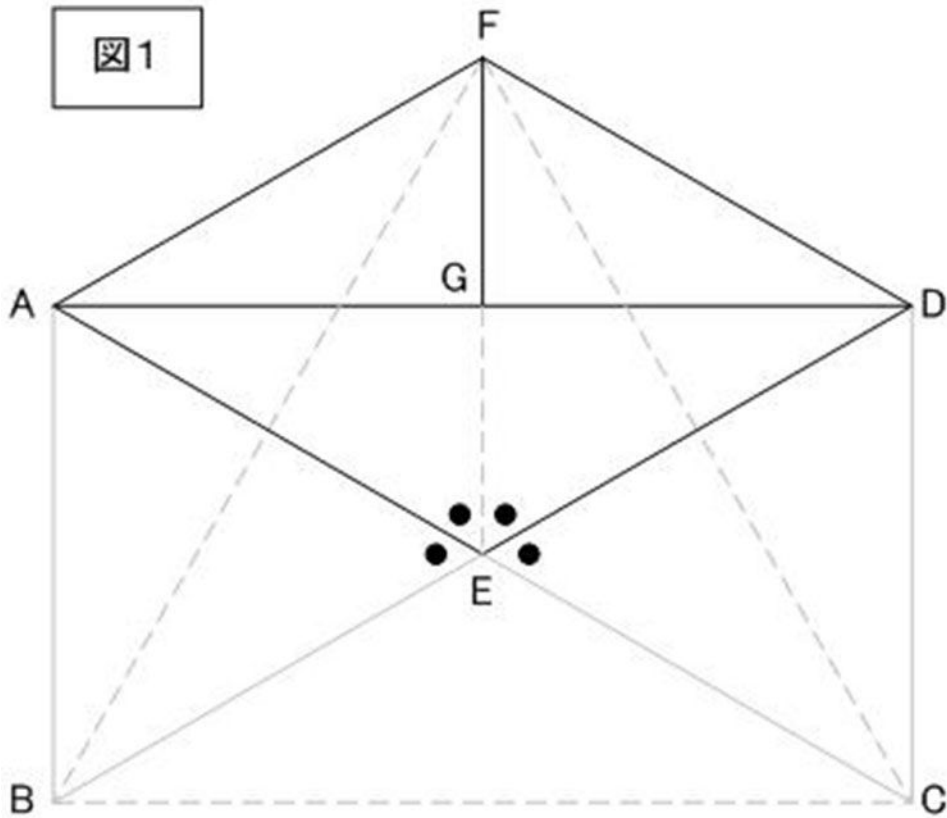
解答

長方形の対角線の長さは等しいので、 $AE = BE = CE = DE$ です。

三角すいを作るには、最低どういう条件が必要かというと、

下の図1のように、三角形ABEと三角形CDEを折ったときに

ADのまん中の点Gと、EFがちょうど重なるときです。（立体ではなく平面になる）



このとき、 $\angle AEB = \angle AEF = \angle DEF = \angle CED = 60^\circ$ です。

すると、三角形ABE，三角形AEF，三角形CDE，三角形DEFが正三角形であることがわかります。

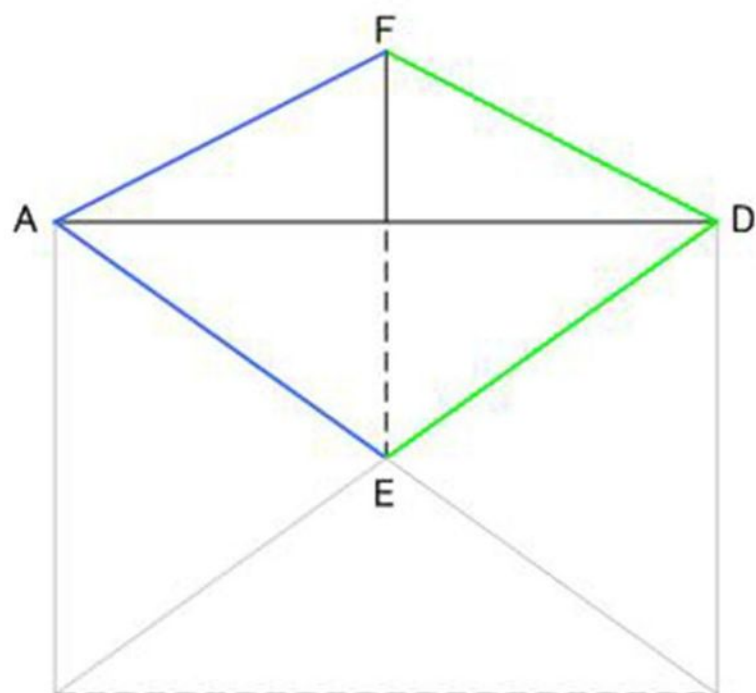
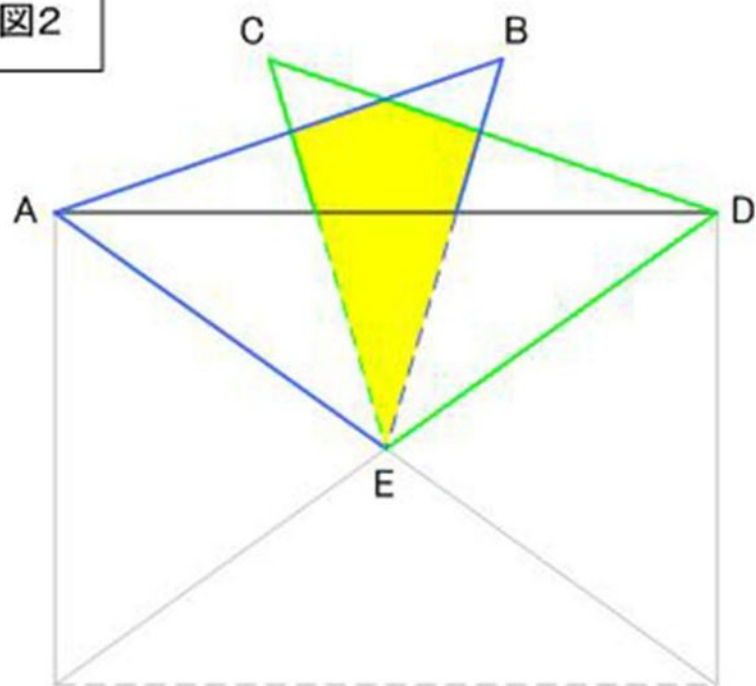
次に、三角すいができるのは、下の図2のように、三角形ABE と三角形CDE を折ったとき、重なる部分ができるときです。

このとき、 $\angle AEB = \angle CED$ は、共に 60° より大きくなっていて、

三角形ABE，三角形CDEは二等辺三角形なので、

図2のAB（＝AF）の長さは、図1のとき（正三角形）のABの長さ（＝AE＝BE＝CE＝DE）よりも長くなります。

图2



よって、三角すいを作るには、 AB の長さを対角線の半分の長さよりも長くすればよいことになります。

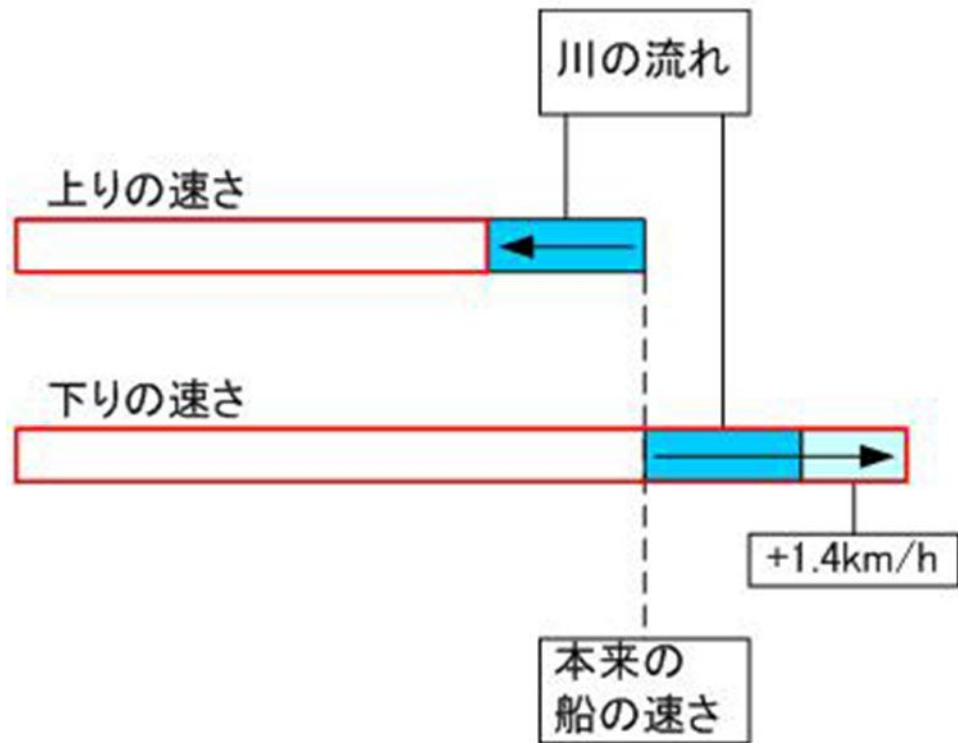
[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A42 流水算

解答

(1) 川を上るときと下るとき船の速さを図で表すと、下の図のようになります。



上りの速さは、本来の船の速さより、川の流れの速さの分だけおそくなっており、下りの速さは、本来の船の速さより、川の流れの速さの分と、

さらに 1.4 km/h が加わり速くなっています。

上りでは2時間6分(126分)かかっているので、その速さは、 $21 + 126 \times 60 = 10 \text{ km/h}$ です。

下りでは1時間15分(75分)かかっているので、その速さは、 $21 + 75 \times 60 = 16.8 \text{ km/h}$ です。

水の流れがないときの船の速さは、

10 km/h と、 $16.8 - 1.4 = 15.4 \text{ km/h}$ の平均で、

12.7 km/h と求められます。

(2) 上りのときの川の流れの速さは、(1)より 2.7 km/h です。

下りのとき、上りのときより 0.4 km/h おそいと、 $2.7 - 0.4 = 2.3 \text{ km/h}$ が川の流れの速さで、

船の速さは、 $12.7 + 2.3 = 15 \text{ km/h}$ となるので、かかる時間は、 $21 \div 15 = 1.4$ (時間) = 1時間24分です。

[問題を見る](#)

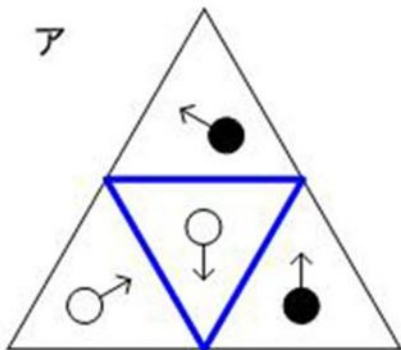
[目次へ](#)

A43 同じ模様になるのは・・・

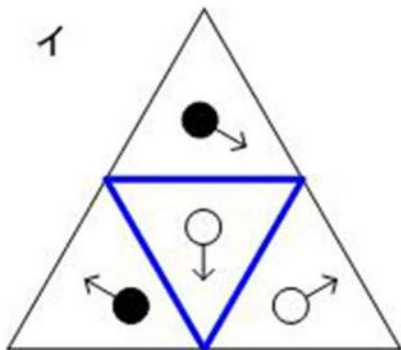
解答

選択肢アからエでは、中央の三角形の模様が共通しており、白丸から出た矢印が三角形の頂点へ向けて出ています。

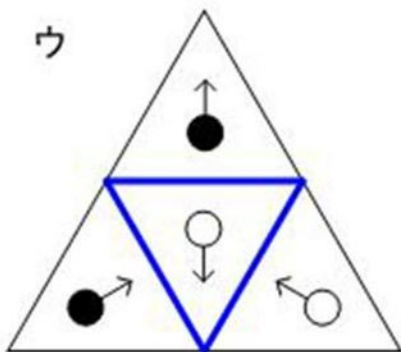
ア



イ



ウ



エ

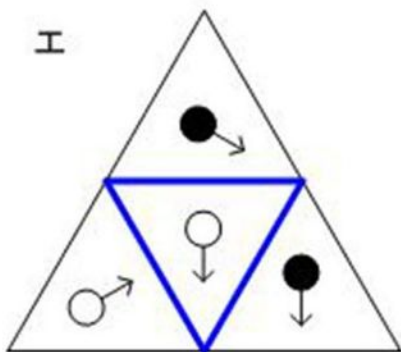
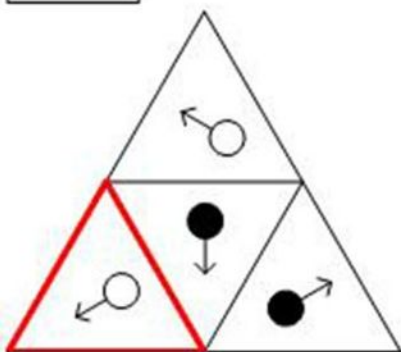


図1



このもようは、図1の左下の三角形にあるもようと同じなので、この三角形を中央にするようにして、展開図を変形していくと、

下の図2のようになります。

すると、選択肢の「エ」が同じであることがわかります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A44 カードの得点

解答

A君がくじを引き、

ハズレ→0点

アタリ→400点+ボーナス点

12回くじ引きをした結果、得点が3267点となった。

3

)

1

8

1

3

)

6

0

...

1

3

)

2

0

...

0

3

)

6

...

2

2

...

0

ボーナス点は、7、7×3、7×3×3、7×3×3×3、7×3×3×3×3 で、全て7の倍数です。

一方、3267÷7=466・・・5 より、3267は7の倍数ではなく、このあまりの「5」を決める要素は、アタリの際の400点です。

400÷7=57・・・1 より、あまりが5になるのは、

400×5÷7=285・・・5 となる、5回アタリを引いたときです。

なお、400×(5+7)÷7=685・・・5 となりますが、

400×12=4800点となり、3267点を超えてしまうので、不適切です。

A君がアタリを引いた回数が5回とわかったので、400×5=2000点を3267点からのぞくと、1267点がボーナス点

A45 展開図の組み立て

解答

(1) 展開図はCDを境に対称になっているので、展開図のA B C Dの部分について組み立てると、下の図1のように、AとDが重なります。

これは立方体の一部です。

さらに、C D E Fの部分を組み立てると、CとFが重なり、下の図2のようになります。

図2

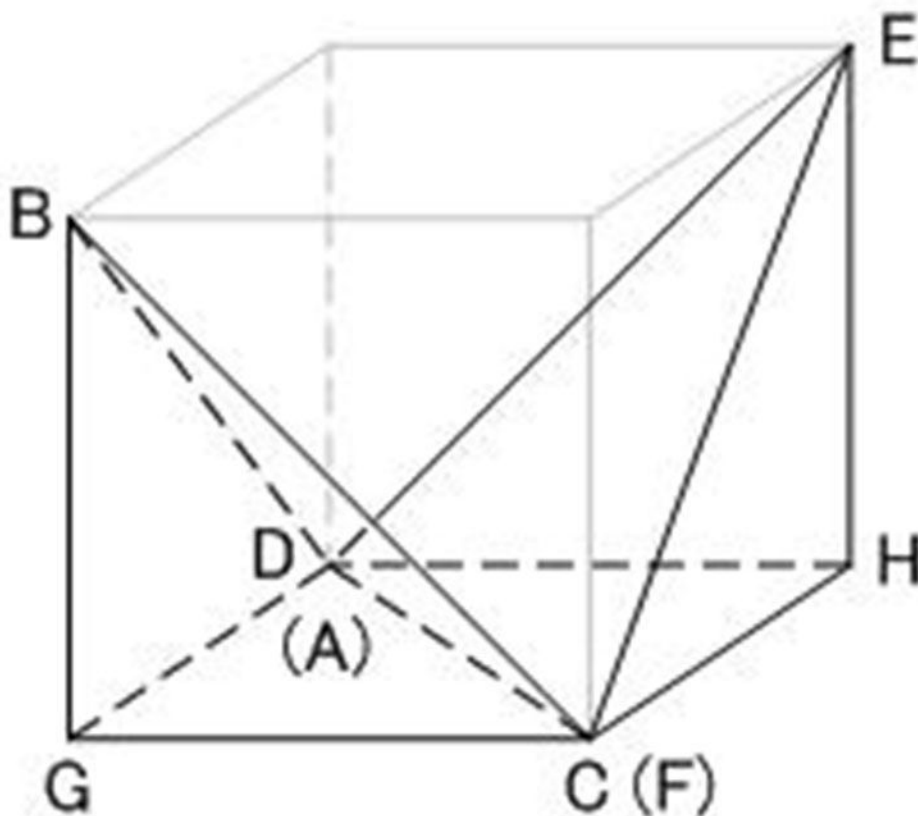


図2を組み立てると、三角形D(A)BCの面と三角形C(F)EDの面が合うようになるので、辺ABと重なるのは、辺DEとなります。

(2) この立体の体積は、完全に組み立てられる前の図2で考えるのがよいでしょう。

すると、三角すい2個分の体積から求められ、 $AC = 12\text{ cm}$ より、立方体の1辺が $12 \div 2 = 6\text{ cm}$ とわかるので、

この立体の体積は、 $6 \times 6 \div 2 \times 6 + 3 \times 2 = 72\text{ cm}^3$ となります。

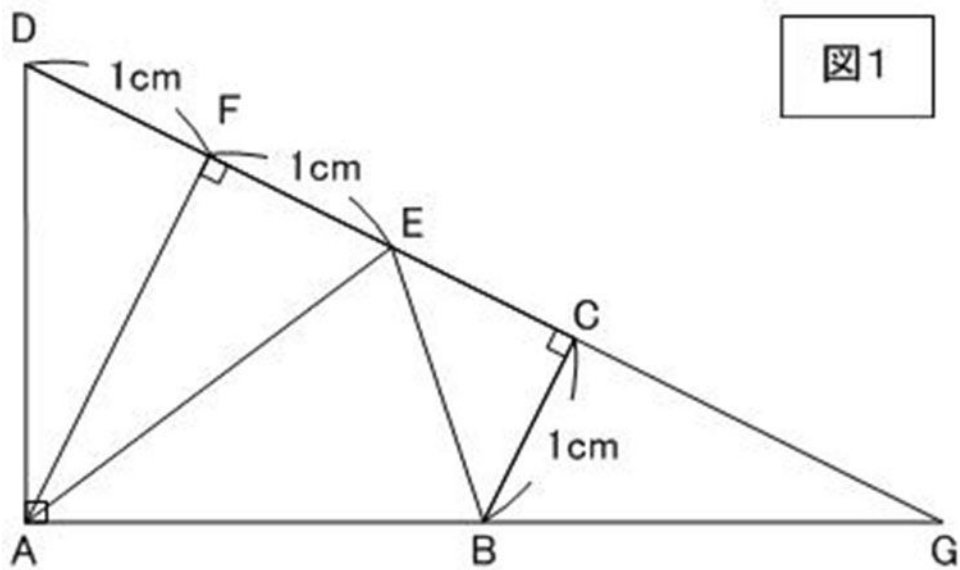
[問題を見る](#) [目次へ](#)

A46 平面図形の面積

解答

四角形A B E Dの面積は、直角二等辺三角形A B Dの面積+三角形B D Eの面積 で求められ、
三角形B D Eの面積＝ $2 \times 1 \div 2 = 1 \text{ cm}^2$ です。
二等辺三角形A D Eにおいて、AからD Eへ垂線A Fを下ろすと、
D F＝F E＝ 1 cm です。

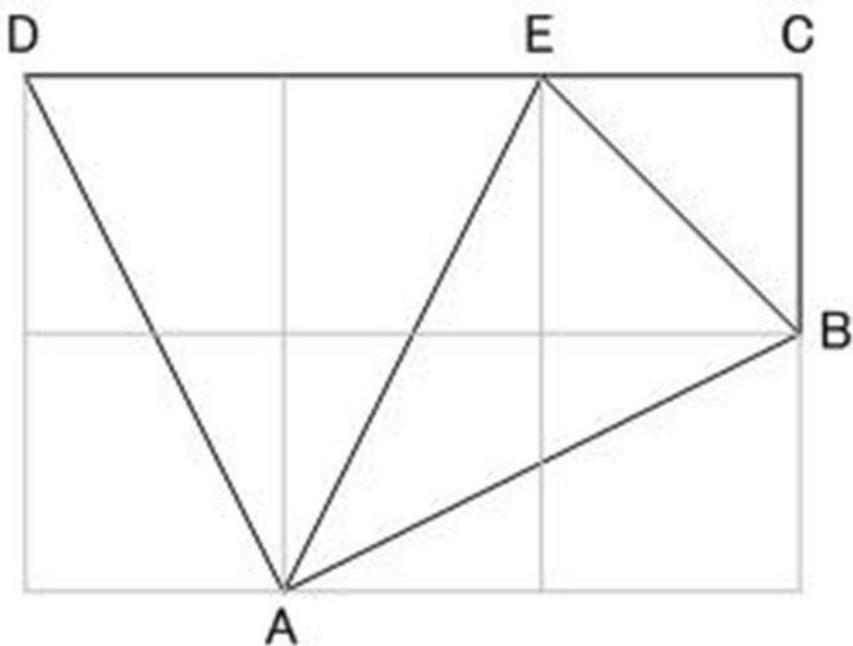
また、下の図1のようにA Bの延長とD Cの延長の交点をG とします。



すると、三角形A D Fと三角形G B Cは合同です。
よって、 $AD = AB = BG$ なので、三角形A D Gにおいて $AD : AG = 1 : 2$ ということがわかります。
三角形A D G と三角形C B G、三角形F A G、三角形F D A は
相似なので、 $AD : AG = 1 : 2$ より、 $AF = 2 \text{ cm}$ 、 $FG = 4 \text{ cm}$
 $CG = 2 \text{ cm}$ 、 $CE = 1 \text{ cm}$ とわかります。
さらに、 $AB = BG$ より、
三角形A B Dの面積＝三角形B G Dの面積 となるので、
三角形A B Dの面積は、三角形B G Dの面積を求めればよいことになります。
すると、 $FG = 4 \text{ cm}$ なので、 $DG = 5 \text{ cm}$ とわかり、
三角形B G Dは、底辺D G、高さB Cの三角形なので、その面積は $5 \times 1 \div 2 = 2.5 \text{ cm}^2$ となります。
よって、四角形A B E Dの面積は、 $1 + 2.5 = 3.5 \text{ cm}^2$ となります。

<別解>
結論ですが、四角形A B C Dは、図2のような方眼紙上にあり、

図2



四角形 A B E D の面積は、

$2 \times 3 - (1 \times 2 + 2 \times 2 + 1 \times 1 + 2) = 3 \cdot 5 \text{ cm}^2$ となります。

[問題を見る](#)

[目次へ](#)

A47 面積の工夫

解答

図の赤い部分と青い部分の差を求めるのに、図1の緑の部分をも、赤い部分と青い部分にそれぞれ加えると、赤い部分と青い部分の面積の差は、図2の赤い部分と図3の青い部分の面積の差になります。

図1

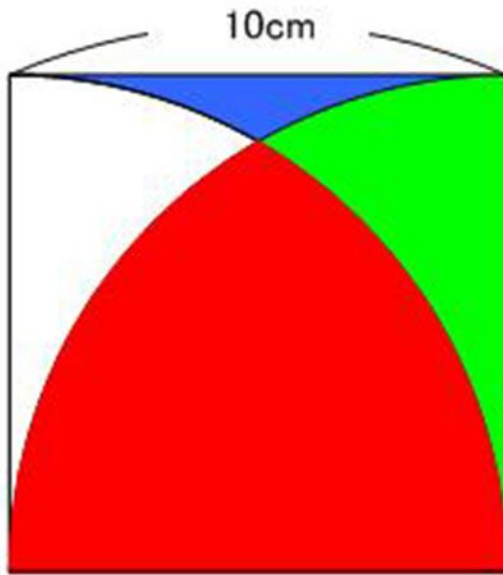


図2

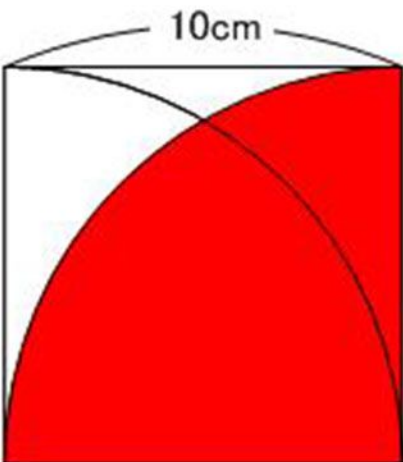


図3

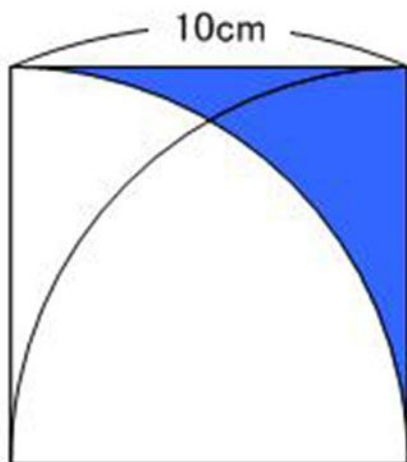


図2の赤い部分の面積 = $10 \times 10 \times 3 \cdot 14 \div 90 = 360$ 図3の青い部分の面積 = $10 \times 10 -$ 図2の赤い部分の面積
となるので、その差は、

$$10 \times 10 \times 3 \cdot 14 \times 90 / 360 \times 2 - 10 \times 10$$

$$= 10 \times 10 \times (3 \cdot 14 + 2 - 1) = 57 \text{ cm}^2 \text{ となります。}$$

[問題を見る](#)

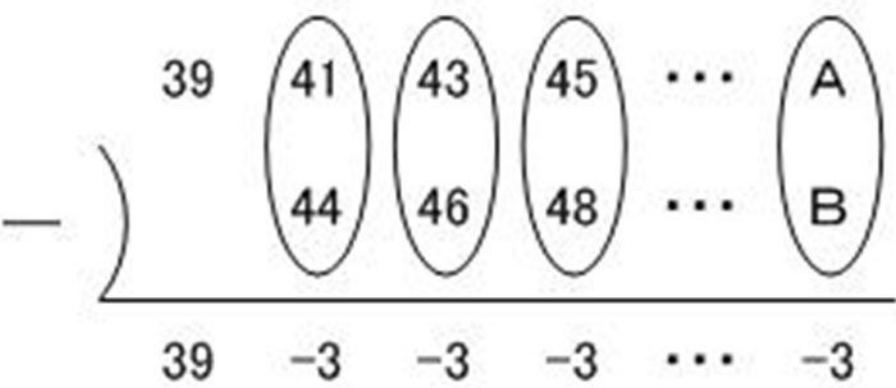
[目次へ](#)

A48 数列の和

解答

奇数の和と偶数の和が等しいわけなので、それぞれ引き算するとゼロになることになります。

奇数の和の整数の個数が、偶数の和の整数の個数より1つ多いので、奇数の和の最初の39だけ外して、下の図のように引き算をすると、



$39 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 \cdots - 3$ となり、これが0になるわけなので、
39から3を13回引けばよいことがわかります ($13 \times 3 = 39$)。

ということは、偶数の和の整数の個数は13個で、奇数の和の整数の個数は14個 となります。

よって、 $A = 39 + 13 \times 2 = 65$
 $B = A + 3 = 68$ と求められます。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A49 折り返した図形

解答

折り返した図を描いてみると、下の図1のようになります。



ここで注目すべきは、三角形AEF と三角形DFC です。

角CFE = 90度なので、角AFE + 角CFD = 90度ですが、
角AFE + 角AEF = 90度なので、角CFD = 角AEF です。

すなわち、2つの三角形は相似なのです。

すると、AF = 2 cm、CD = 10 cmなので、相似比は1 : 5です。

よって、AE = DF + 5 = 2.4 + 5 = 7.4 cm とわかります。

ゆえに、BEの長さ = 10 - 7.4 = 2.6 cm となります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)

A50 サイコロの目の出方

解答

(1) サイコロをふる回数が最大になるのは、1から6までの目をすべて2回ずつ出した後、どれかの目を出したときで、

その回数は、 $6 \times 2 + 1 = 13$ 回です。

(2) 4回までの出た目の合計が10になる目の出方は、

(1, 3, 3, 3)、(4, 2, 2, 2)の2通りあり、それぞれ最後の

4回目は3, 2でなければならないので、目の出方は、

(1, 3, 3, 3)、(3, 1, 3, 3)、(3, 3, 1, 3)、(4, 2, 2, 2)、(2, 4, 2, 2)、(2, 2, 4, 2)の6通りです。

(3) 3回目で10点になることは、ありません。(10は3で割り切れない)

●4回目で終わり得点が10点になるのは、(2)より6通りあります。

●5回目で終わり得点が10点になる場合を考えると、

(3, 4, 1, 1, 1)、(2, 5, 1, 1, 1)、(1, 6, 1, 1, 1)、(1, 3, 2, 2, 2)、(2, 2, 2, 2, 2)、(0, 1, 3, 3, 3)

この3通りがあります。

(3, 4, 1, 1, 1)の目の出方を考えると、最後は「1」ですので、残りの(3, 4, 1, 1)の並び方を考えます。

最初の目が3のとき、(1, 1, 4)の並び方→3通り

(3, 4, 1, 1)、(3, 1, 4, 1)、(3, 1, 1, 4)

最初の目が4のとき、(1, 1, 3)の並び方→3通り

(4, 3, 1, 1)、(4, 1, 3, 1)、(4, 1, 1, 3)

最初の目が1のとき、(1, 3, 4)の並び方→6通り

(1, 1, 4, 3)、・・・(1, 4, 3, 1)

よって、5回で終わり、得点が10点になるのは $12 \times 3 = 36$ 通りあります。

●6回目で終わり得点が10点になる場合を考えると、

(1, 1, 1, 2, 2, 3)、(1, 1, 1, 1, 2, 4)、(2, 2, 2, 1, 1, 2)

1通りあります。

なお、ここで7回目で終わり得点が10点になることはないことがわかります。

最後の6回目は「1」なので、残りの(1, 1, 2, 2, 3)の出方は、

5回目に調べた目の出方を参考にすると、

1回目が1のとき、残り(1, 2, 2, 3)の並び方は、12通り。

1回目が2のとき、残り(1, 1, 2, 3)の並び方は、12通り。

1回目が3のとき、残り(1, 1, 2, 2,)の並び方は、6通り。

合計 $12 + 12 + 6 = 30$ 通りあります。

よって、得点が10点になるような目の出方は、

6 + 3 6 + 3 0 = 7 2通り あります。

[問題を見る](#) [目次へ](#)